

Задача 1. При каких значениях действительных параметров a, b выражение

$$\int_{-1}^1 (x^2 + ax + b - |x|)^2 dx$$

принимает наименьшее значение?

Задача 2. Пусть функция $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ для любых x и y из \mathbb{R}^n удовлетворяет условию

$$\langle f(x) - f(y), x - y \rangle = 0,$$

где $\langle x, y \rangle$ — скалярное произведение в \mathbb{R}^n . Описать все такие функции f .

Задача 3. Найти $\min_{x \in \mathbb{R}} (\max\{|\cos x|, |\cos(2x)|, \dots, |\cos(10x)|\})$.

Задача 4. Найти $\max_{p, q} \min_x (x^2 + px + q)$,
где $x, p, q \in \mathbb{Z}_{17}$ (с естественным порядком).

Задача 5. Точка M лежит внутри угла AOB , $\angle AOB < 180^\circ$. Построить с помощью циркуля и линейки прямую, проходящую через точку M и отсекающую от данного угла треугольник с наименьшим периметром.