

Математическое моделирование склоновых потоков в пакете OpenFOAM.

Дарья Игоревна Романова

Московский государственный университет
Механико-математический факультет

МГУ, 2016.

Введение

Доклад посвящён численному моделированию склоновых потоков, в частности, снежных лавин. Лавина представляется как поток сплошной среды. Учитывается неравномерность распределения скорости и других параметров как вдоль тела лавины, так и по толщине потока. Движение считается турбулентным. Захват снега при движении лавины не учитывается. Для численного моделирования используется открытое программное обеспечение, а именно, пакеты OpenFOAM и ParaView.

Программное обеспечение



OpenFOAM (Open Source Field Operation And Manipulation CFD ToolBox) - открытая интегрируемая платформа для численного моделирования задач механики сплошной среды. Используется решатель InterFoam, предназначенный для расчета нестационарного течения двух сред, разделённых границей раздела или свободной поверхностью.

Исходные данные

Для вычисления параметров лавинного потока должны быть заданы

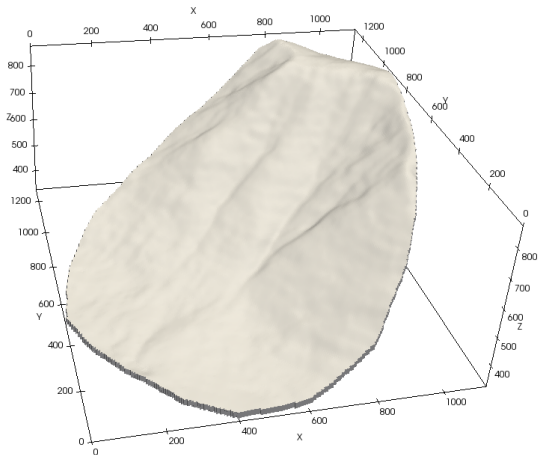
- рельеф склона, заданный в формате ASCII GRID
- средняя глубина снежного покрова в зоне зарождения и её границы
- реологические свойства движущейся среды

Склон



Фотография лавинного очага №22 (г. Юкспор, Хибинь).

Расчётная область

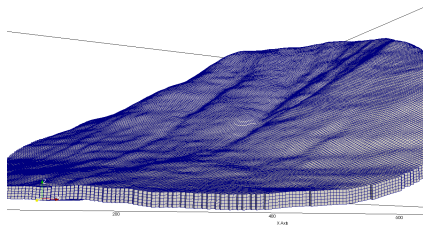
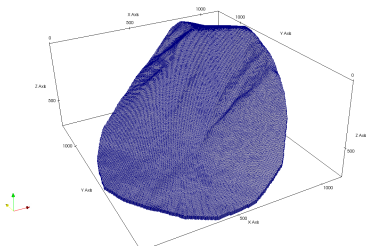


Расчётная область в форме призмы, основанием которой служит поверхность склона, а высота её по вертикали 20 метров. На рисунке показано верхнее основание

Расчётная сетка

Расчёт производился на сетке из ячеек в форме параллелепипедов с линейным размером 5м, состоящей из:

- 206 630 точек
- 532 887 граней
- 447 345 внутренних граней
- 163 372 ячеек



Исходные данные о лавине №27 в очаге №22, сошедшей 07.12.1965

Параметры лавины:

- максимальная высота линии отрыва - 1.5 м
- средняя высота линии отрыва - 0.7 м
- площадь - 58 тыс. м²
- объем - 25 тыс. м³

Модель движущейся среды

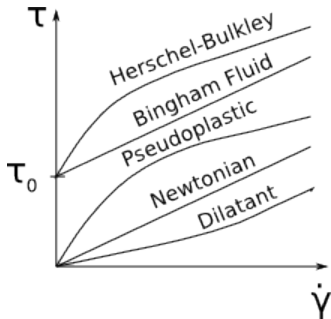
Лавина представлена как турбулентный двухфазный поток — снег и воздух. Для снега взяты реологические соотношения Хершеля-Балкли, воздух представлен как ньютоновская среда.

Ньютоновская модель:

$$\tau = \nu \dot{\gamma}$$

Модель Хершеля-Балкли:

$$\tau = \tau_0 + k \dot{\gamma}^n$$



Зависимость сдвигового напряжения τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ в простом сдвиговом потоке для разных моделей среды.

Реологические соотношения

$$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu(|\dot{\bar{\gamma}}|)\bar{e}_{ij},$$

$$|\dot{\bar{\gamma}}| = \sqrt{2I_2(\bar{e})},$$

где μ вычисляется по формуле

$$\mu = \rho\nu,$$

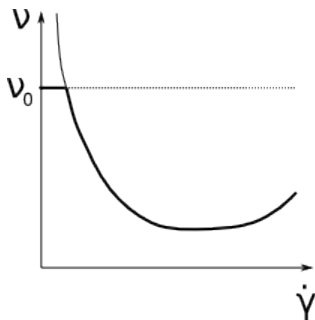
$$\nu = (1 - \alpha)\nu_{air} + \alpha\nu_{snow},$$

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_{air} + \alpha\rho_{snow}.$$

$$\nu_{air} = const,$$

$$\nu_{snow} = \min\left(\nu_{snow0}, \frac{\tau_0 + k|\dot{\bar{\gamma}}|^n}{|\dot{\bar{\gamma}}|}\right),$$

$$\rho_{air} = const, \quad \rho_{snow} = const.$$



Зависимость эффективной вязкости для снега.

Параметры среды

В расчетах взяты следующие свойства сред

Воздух:

- $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$
- $\nu = 1.48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{сек}$

Снег:

- $\rho = 200 \text{ кг/м}^3$
- $\nu_0 = 10^5 \text{ м}^2/\text{сек}$
- $\tau_0 = 10 \text{ м}^2/\text{сек}^2$
- $k = 5 \text{ м}^2/\text{сек}$
- $n = 0.5$

В качестве модели турбулентности берётся $k - \varepsilon$ модель.

Уравнения движения и уравнение неразрывности

В вычислениях используются уравнения осреднённые по Рейнольдсу. Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

Уравнение движения записывается следующим образом:

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho\bar{u}_i\bar{u}_j + \overline{\rho u'_i u'_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

где $\bar{\tau}_{ij}$ - компоненты среднего тензора вязких напряжений,
 $\overline{\rho u'_i u'_j}$ - напряжения Рейнольдса.

Уравнение для турбулентной кинетической энергии и уравнение для диссипации

Уравнение для турбулентной кинетической энергии K :

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j K)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + P_K - \rho \varepsilon, \quad (3)$$

Уравнение для диссипации ε :

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_K \frac{\varepsilon}{K} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right). \quad (4)$$

Турбулентная вязкость выражается в виде

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon}. \quad (5)$$

Приведённая модель турбулентности содержит пять констант, которые задаются следующим образом:

$$C_\mu = 0.09; C_{\varepsilon 1} = 1.44; C_{\varepsilon 2} = 1.92; \sigma_K = 1.0; \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

Уравнение объёмной доли фазы

Уравнение объёмной доли фазы α :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^r \alpha(1 - \alpha)}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

Объёмная доля фазы задаётся следующим образом:

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{снег} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{в переходном слое} \\ 0 & \text{воздух} \end{cases}$$

\vec{u}_r — дополнительное поле скорости, необходимое для сжатия переходного слоя.

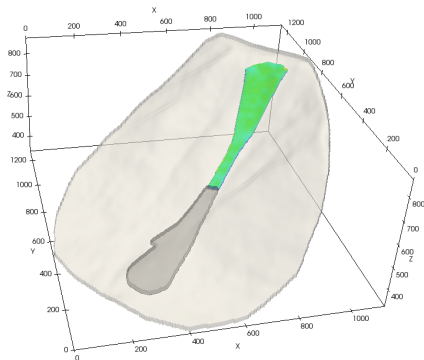
Граничные условия

При расчёте были заданы следующие граничные условия:

- Нижняя граница расчётной области - это поверхность склона, на ней принимается условие прилипания.
- Боковые и верхняя границы расчётной области заданы как стандартные участки границы, на которых действует атмосферное давление.

Начальные условия

Задан покоящийся ($\vec{U} = 0$ всюду) слой снега в зоне зарождения лавины. Глубина снега во всех точках не превышает 5 м. А также при $t = 0$ $\varepsilon = 0$, $K = 0$, $\mu_t = 0$



Зона зарождения снега на склоне (зелёный цвет), зона натуральных отложений лавины (тёмно-серый цвет)

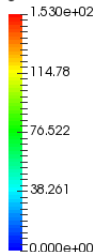
Аппаратные характеристики

Расчёты производились на высокопроизводительном вычислительном сервере НИИ СИ РАН, состоящем из:

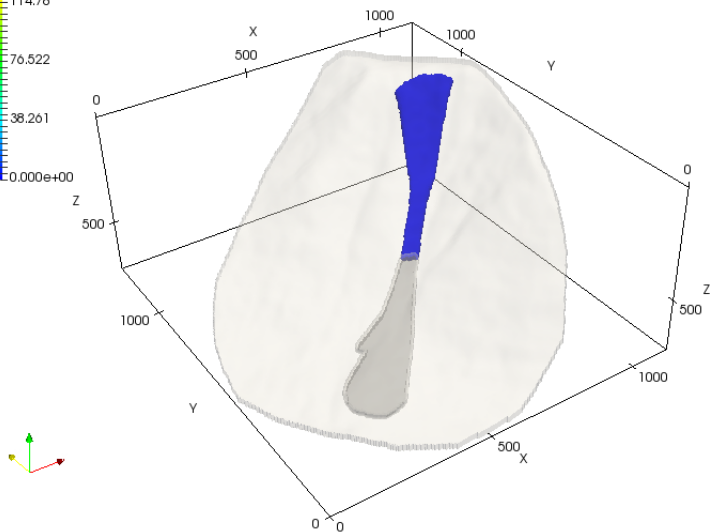
- 2 x Xeon E5-2670v1 (Sandy Bridge) 8 cores 2.6 GHz (16 threads)
4xchannel DDR3 memory controller
- MEM 256 GB DDR3-1333 ECC
- OS Ubuntu 15.10 64-bit

Результаты

U Magnitude

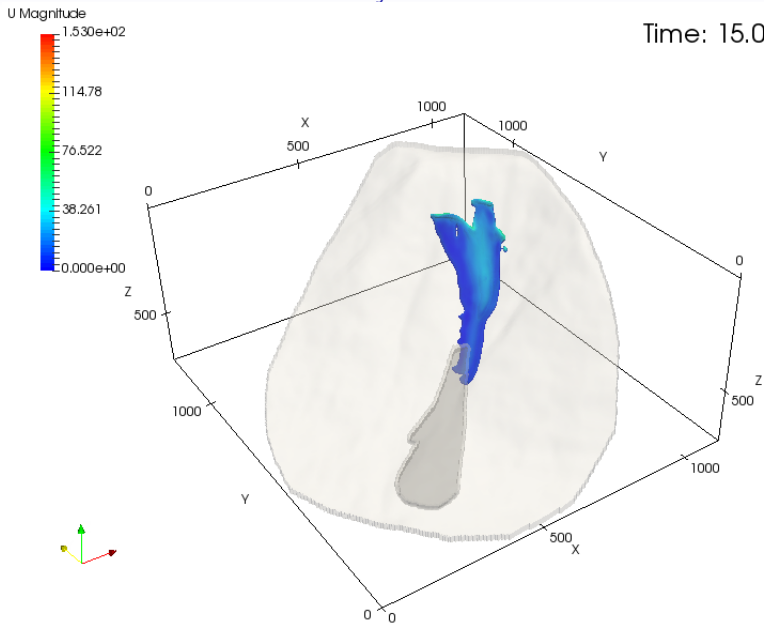


Time: 0.000000



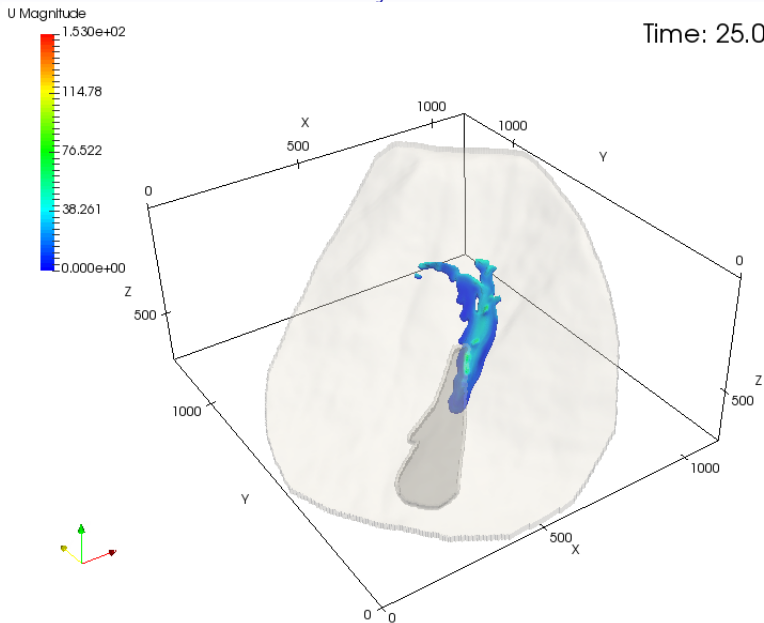
Результаты

Time: 15.000000



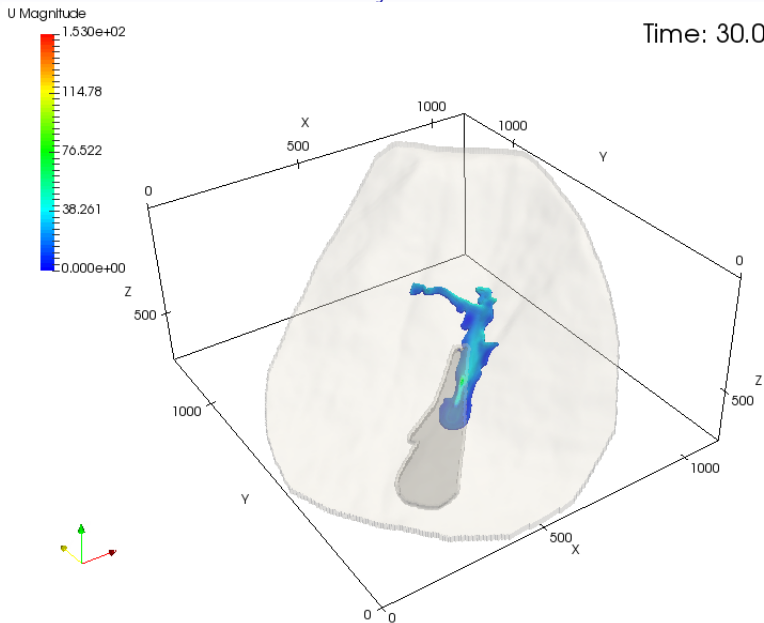
Результаты

Time: 25.000000



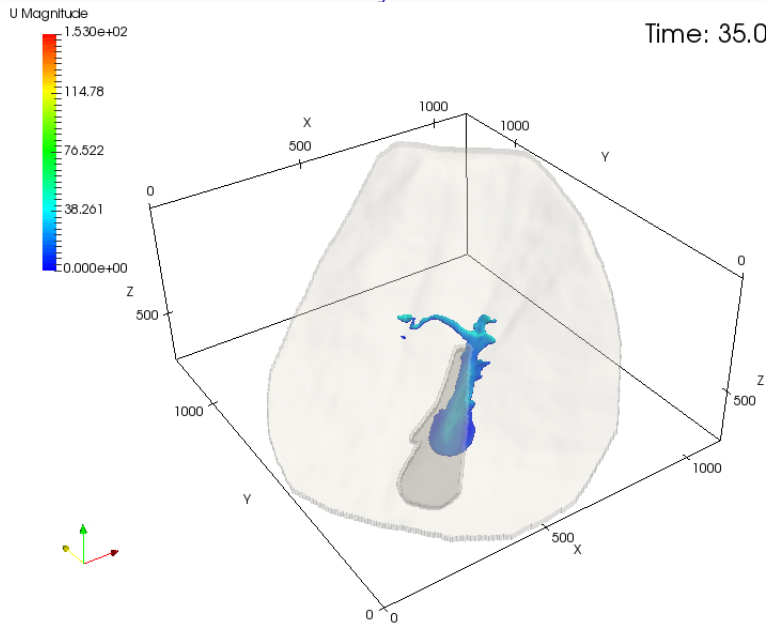
Результаты

Time: 30.000000



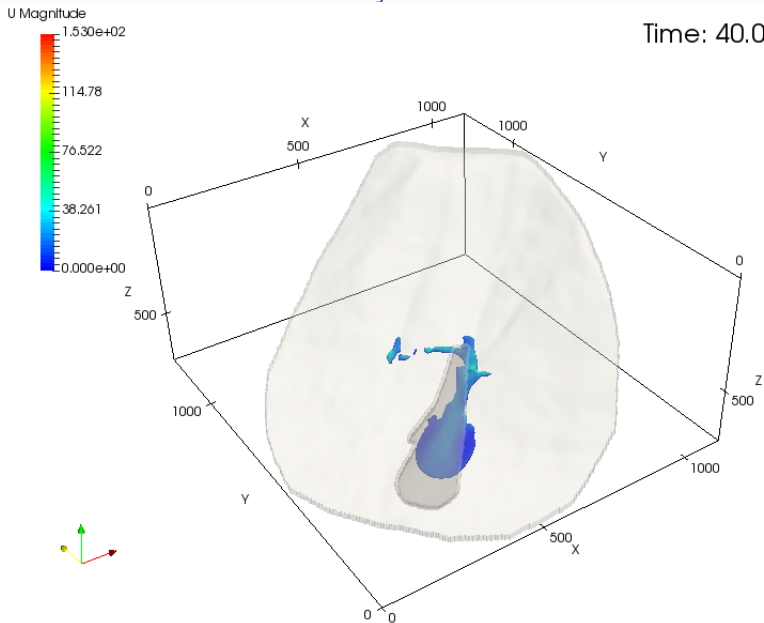
Результаты

Time: 35.000000



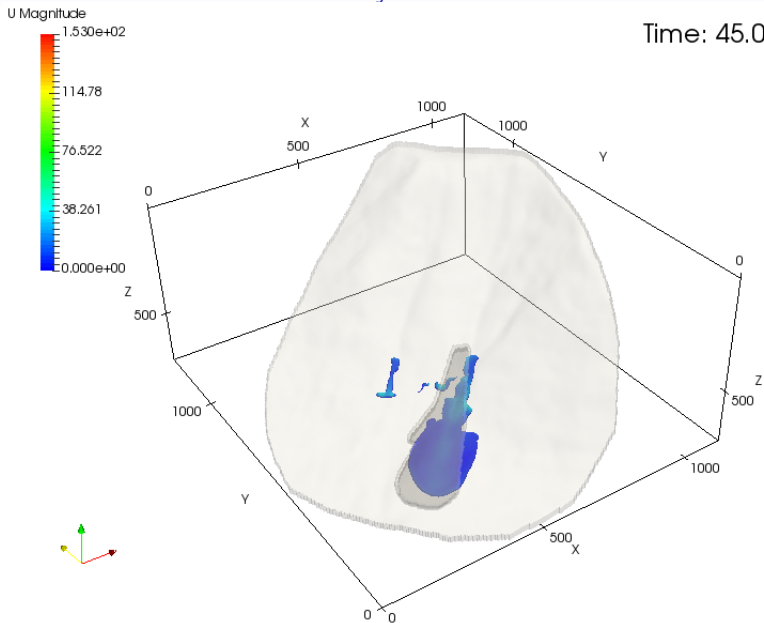
Результаты

Time: 40.000000



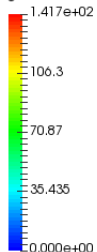
Результаты

Time: 45.000000

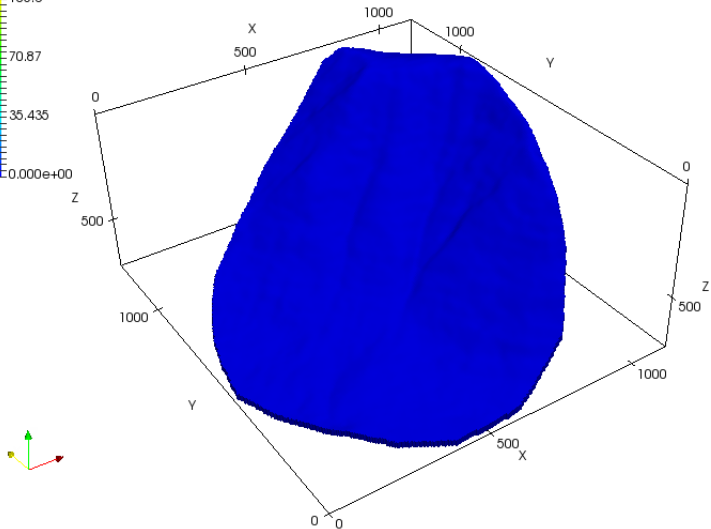


Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

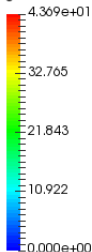


Time: 0.000000

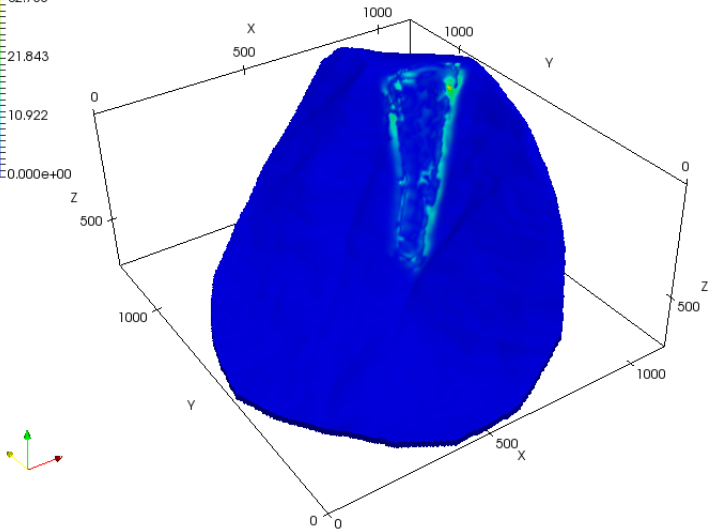


Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

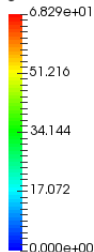


Time: 5.000000

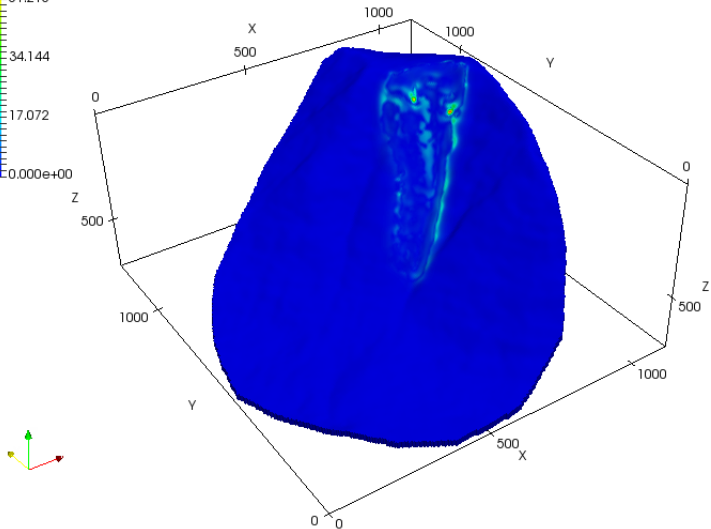


Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude



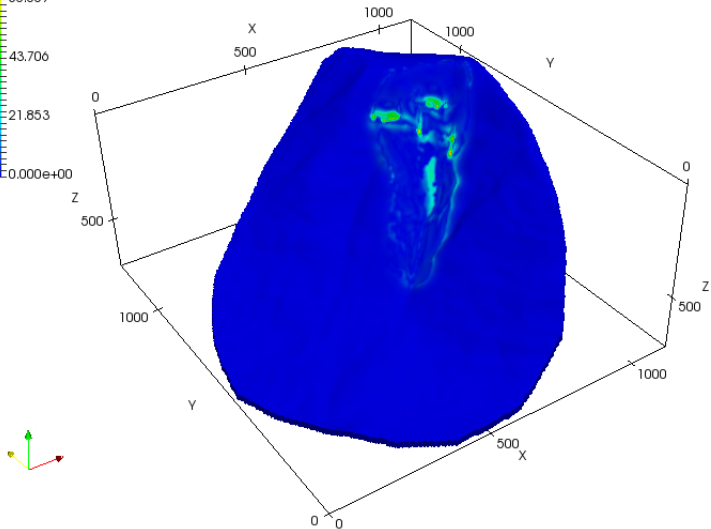
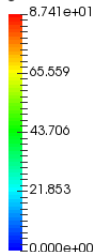
Time: 10.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

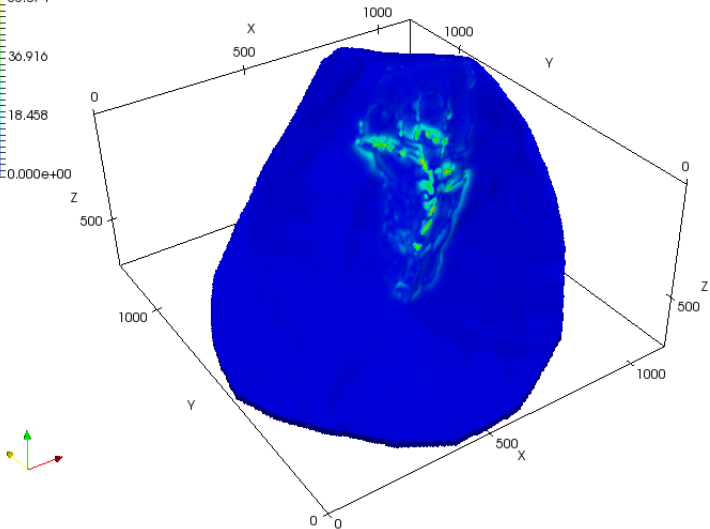
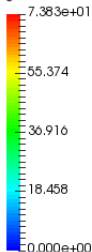
Time: 15.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

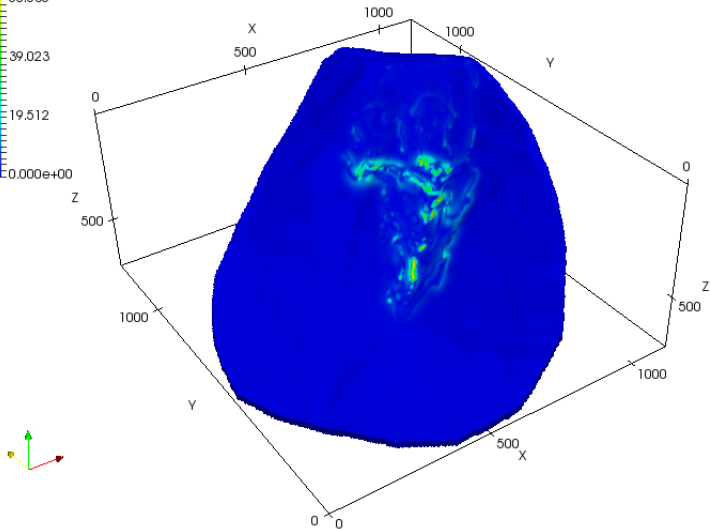
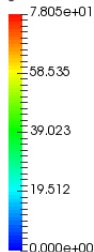
Time: 20.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

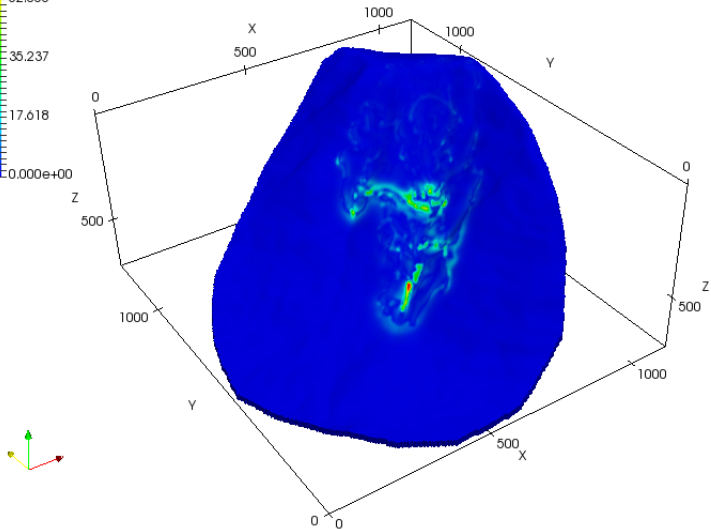
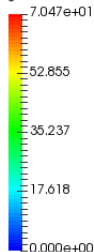
Time: 25.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

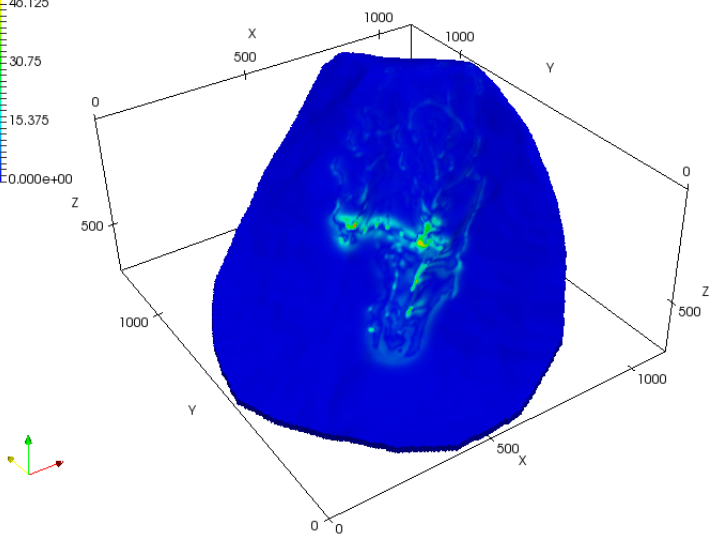
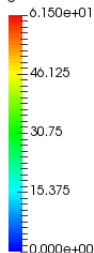
Time: 30.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

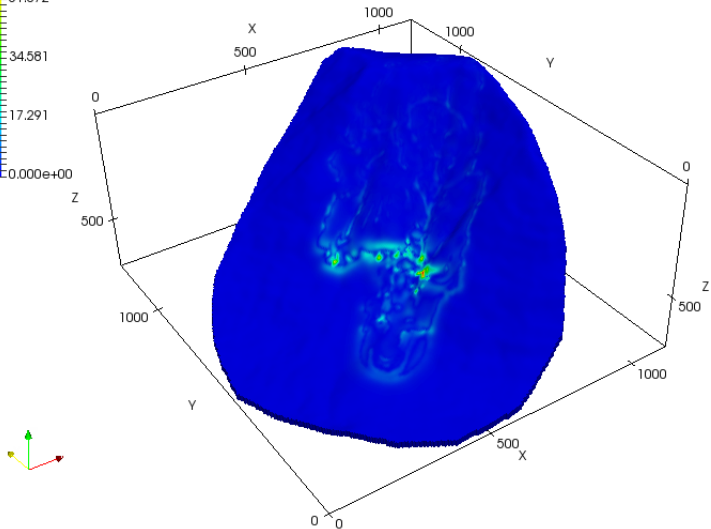
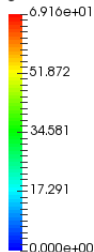
Time: 35.000000



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

Time: 40.000000

U Magnitude



Скорость слоя на верхней границе расчетной области

U Magnitude

Time: 45.000000

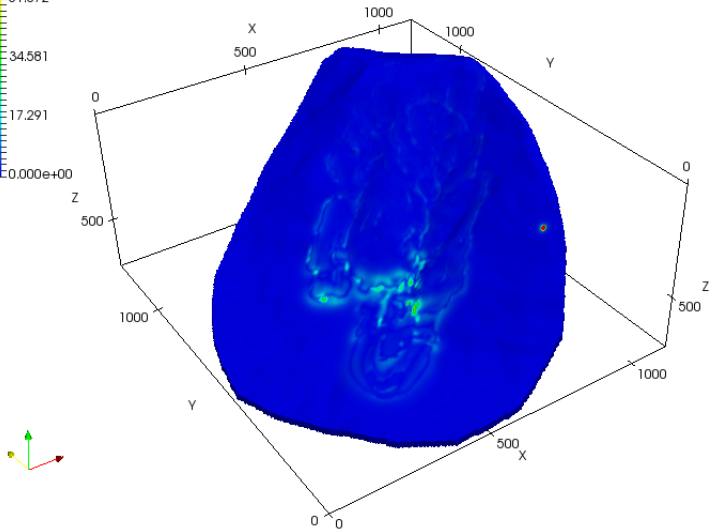
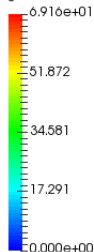


График модуля скорости вдоль линии

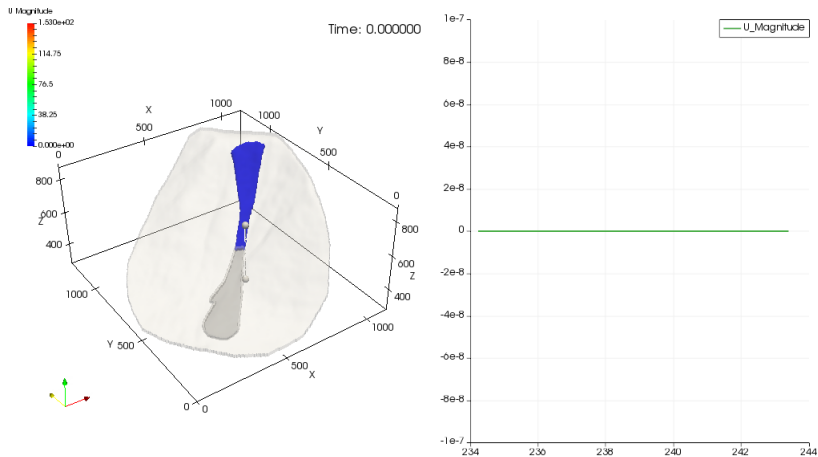


График модуля скорости вдоль линии

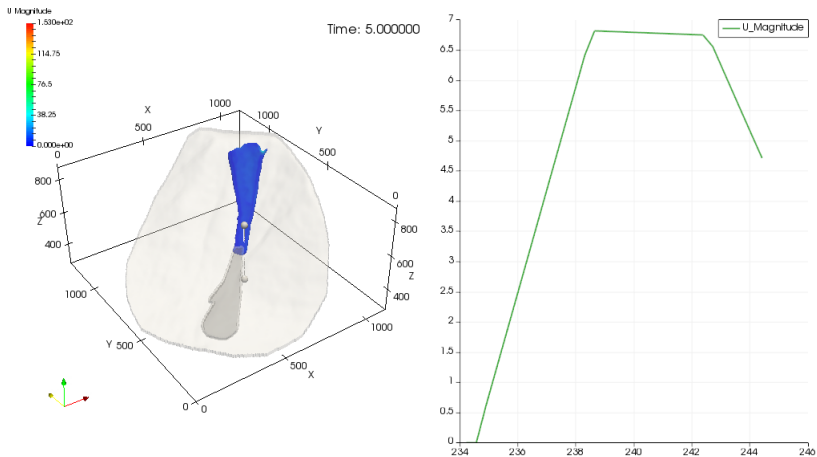


График модуля скорости вдоль линии

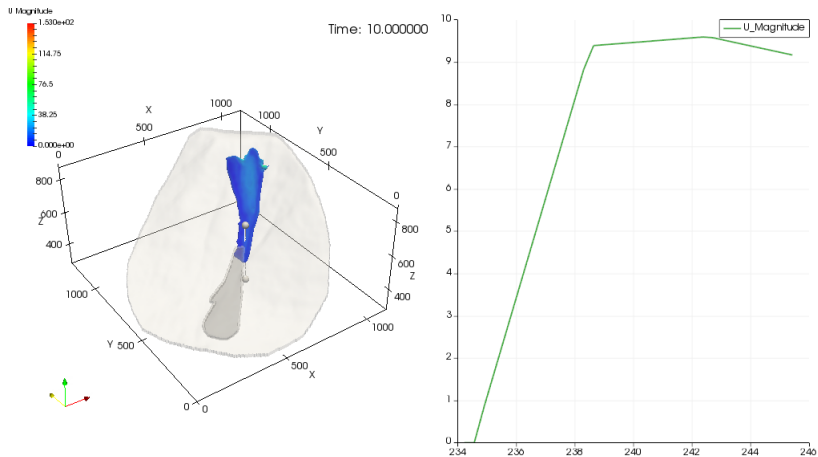


График модуля скорости вдоль линии

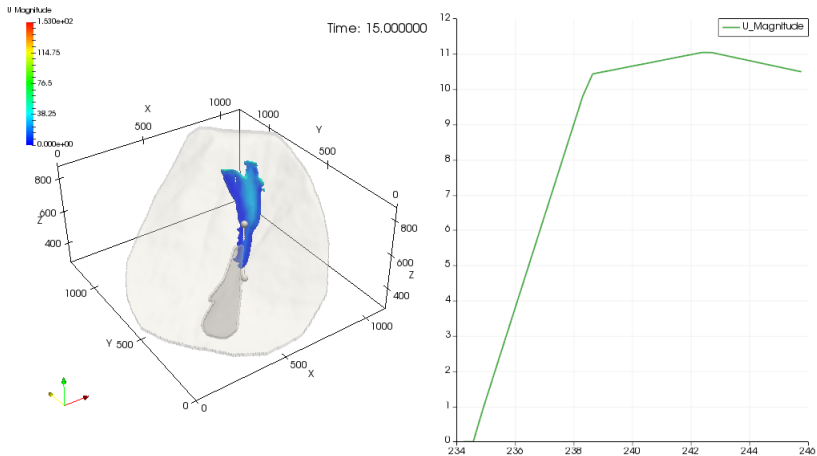


График модуля скорости вдоль линии

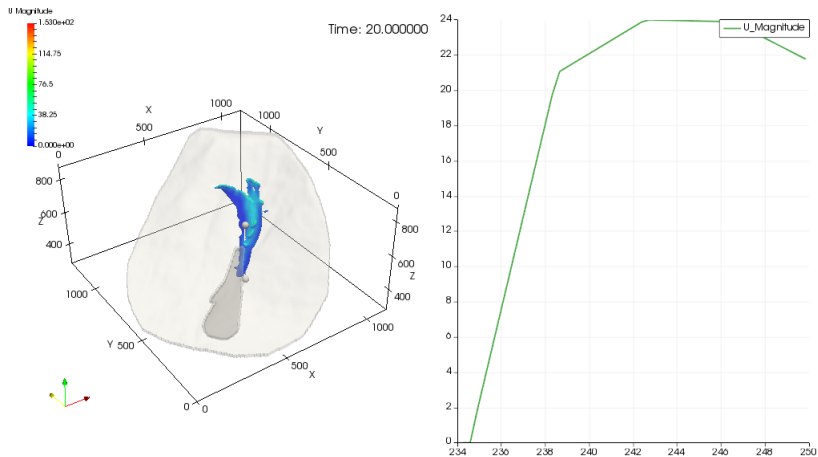


График модуля скорости вдоль линии

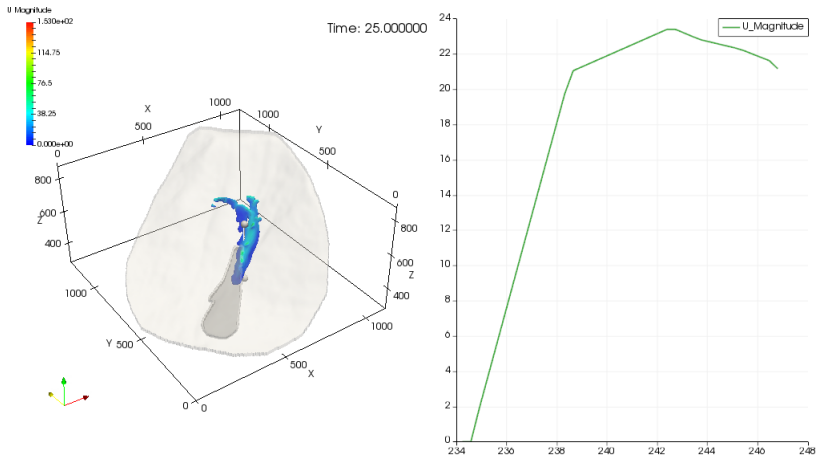


График модуля скорости вдоль линии

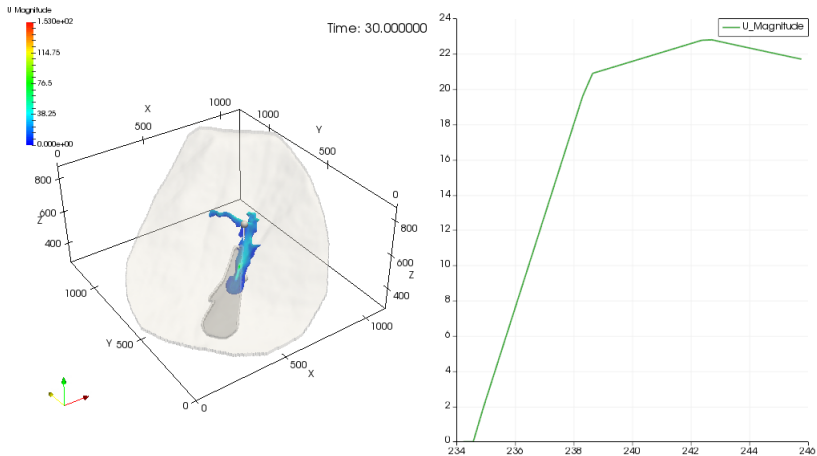
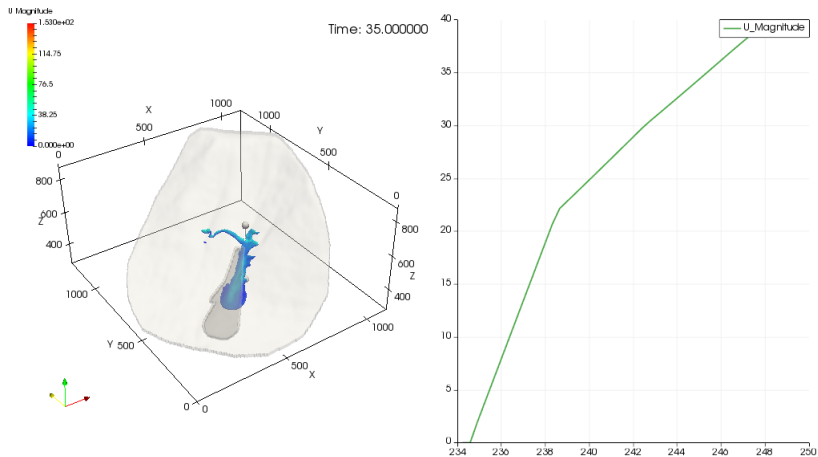


График модуля скорости вдоль линии



Заключение

В работе впервые сделана попытка смоделировать движение реальной лавины с учетом турбулентности и нелинейных реологических свойств среды с использованием открытого пакета OpenFOAM. В дальнейшем работа будет продолжена, как по направлению усовершенствования численных методов, детализации расчётной сетки, так и по направлению учёта добавочных эффектов, например, захвата снега лавиной при её движении. Хочу выразить благодарность сотрудникам НИЛ Снежных лавин и селей МГУ за полезные консультации и обсуждения.

Литература

- Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. - М.:Издательство Московского университета, 2008 г. - 318 с.
- Седов Л.И. Механика сплошной среды том 1. - М., 1970 г., 492 стр. с илл.
- Седов Л.И. Механика сплошной среды том 2. - М., 1970 г., 568 стр. с илл.
- Зюзин Ю. Л. Хибинская лавинада - М.: Полиграф-Книга, 2009. 332 стр.
- Зюзин Ю.Л. Суровый лик Хибин – Мурманск: Реклм. Полиграфия, 2006. 236 с.
- Christopher J. Greenshields, CFD Direct Ltd. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox. User Guide. - OpenFOAM Foundation Ltd., 2015 - 228 p.
- Henrik Rusche. Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions. - Imperial College of Science, Technology and Medicine, Department of Mechanical Engineering, 2002 - 343 p.
- Joel H. Ferziger, Milovan Peric. Computarional Methods for Fluid Dynamics, third, rev. edition. - Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer, 2002 - 431 p.
- www.hibiny.com
- <http://www.openfoam.org/>
- <https://unihub.ru/>
- <http://www.cfd-online.com/>

Спасибо за внимание!