Евклид

ОПТИКА

ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

Евклид и его сочинения

Евклид известен в первую очередь как автор *Начал* — математического трактата в тринадцати книгах, в котором дедуктивным путём, начиная с небольшого количества постулатов и аксиом, выводятся многочисленные факты элементарной геометрии и теории чисел. По свидетельству Прокла, Евклид жил и работал в Александрии во времена Птолемея I Сотера, то есть около 300 года до н. э. О деталях биографии Евклида не известно практически ничего, кроме нескольких анекдотов,— но его главный труд без преувеличения может быть назван вершиной древнегреческой математической мысли, так что вся история античной математики делится на два периода — от её зарождения у Фалеса и пифагорейцев до *Начал* Евклида, и от *Начал* Евклида до конца античности. И конечно, вряд ли мы сможем указать другое сочинение, которое оказало бы такое колоссальное влияние на всю последующую историю науки и математического образования.

Начала Евклида не были первым трудом с таким названием — первые *Начала* составил Гиппократ Хиосский, а затем логическим упорядочением фактов геометрии занимались математики круга Аристотеля, из которых упоминаются Леонт и Февдий из Магнезии. Однако труд Евклида вытеснил все эти сочинения из обихода, и в течение двух последующих тысячелетий он оставался базовым учебником элементарной геометрии. Конечно же, надо понимать, что Евклид не писал свой труд с нуля: в первую очередь он собрал в своём трактате то, что было сделано его предшественниками, и многие разделы и целые книги Начал сохранили почти без изменения содержание и стиль математических трудов предшествующей эпохи; но столь же многое он обработал, заново упорядочил и свёл воедино.

В отличие от *Начал*, другие сочинения Евклида носят специальный характер, и сегодня они известны только узкому кругу историков математики. Целиком сохранились *Данные* (о том, что необходимо, чтобы задать фигуру), *О делении фигур* (сохранившийся только в арабском переводе трактат о том, как делить геометрические фигуры на части в заданном отношении), *Явления* (сочинение по астрономии и сферической геометрии) и *Оптика*. По кратким описаниям известны *Поризмы* (об условиях, определяющих кривые), *Конические сечения*, *Поверхностные места* (ещё один трактат о свойствах конических сечений), *Псевдария* (об ошибках в геометрических доказательствах). Дошедшая до нас под именем Евклида *Катоптрика* (трактат о зеркалах) представляет собой более позднюю компиляцию, составленную Теоном Александрийским (ок. 350 н. э.) на основе исходного текста Евклида. С именем Евклида связаны также два трактата по теории музыкальных созвучий — *Начала гармоники* и *Деление канона*.

Краткое описание *Оптики*

Оптика Евклида представляет собой трактат о перспективных искажениях зрения, изложенный геометрическим путём. Трактат начинается с семи исходных постулатов, за которыми следует пятьдесят восемь предложений, в которых по большей части разбирается, каким представляется нашему зрению то или иное расположение предметов в пространстве. Рассмотрим, для примера, предложение 5:

> Равные предметы на разных расстояниях выглядят неравными, и большим всегда кажется тот, который ближе к глазу.

Здесь, с одной стороны, задаётся некоторая конфигурация предметов и глаза (имеются равные предметы, находящиеся на разных расстояниях от глаза), с другой же стороны, описывается та видимость, которая предстаёт глазу, когда он смотрит на находящиеся перед ним предметы (тот из предметов, который ближе к глазу, кажется большим).

Все доказательства ведутся с опорой на геометрические чертежи: вот отрезки, представляющие предметы, вот здесь находится глаз, а вот зрительные лучи, которые падают из глаза к концам представляющих предметы отрезков.

Чтобы осуществить акт доказательства, нужно подвести рассматриваемую конфигурацию под некоторое общее правило, в качестве которого выступает четвёртый постулат, занимающий центральное место среди постулатов *Оптики*:

> Предметы, которые видны под бо́льшим углом, представляются большими, под меньшим — меньшими, равными же представляются те, которые видны под равными углами.

На построенном чертеже угол, под которым виден дальний предмет, целиком находится внутри угла, под которым мы видим ближний предмет, — и тем самым мы можем заключить, что дальний предмет, поскольку он виден под меньшим углом, представляется глазу меньшим.

В части предложений *Оптики* обсуждается также, как меняются углы зрения, под которыми мы смотрим на предметы, когда глаз приближается к ним либо удаляется от них, и когда сами предметы движутся относительно неподвижного глаза.

Среди основной массы предложений, посвященной сравнению углов зрения, имеются также два вкрапления особого характера: четыре предложения об остроте зрения и четыре предложения об измерении недоступных расстояний. Обратимся сперва к предложениям об измерении недоступных расстояний, образующим самостоятельный раздел *Оптики*, никак не связанный с остальными её предложениями.

Измерение недоступных расстояний

В предложениях 18–21 описывается, как измерить данную высоту по прямому зрительному лучу (18) и по лучу, отражённому в лежащем на земле зеркале (19), а также как узнать данную глубину (20) и размер данного удалённого предмета (21). Все эти измерения основаны на применении пропорциональности сторон геометрически подобных треугольников.

Предание говорит, что первым такими измерениями занялся Фалес Милетский. Прокл в *Комментарии к I книге Начал Евклида* сообщает, что Фалес измерил расстояние до корабля в открытом море. Рассказ о том, как Фалес, будучи в Египте, измерил высоту пирамиды по её тени, сохранился в нескольких поздних версиях; версия Плутарха из *Пира семи мудрецов* (147a) описывает такую методику:

> В непомерный восторг привело фараона и то, как ты измерил пирамиду — без малейшего труда и не нуждаясь ни в каких инструментах: когда ты установил палку на край тени, которую создавала пирамида, касанием луча получились два треугольника, и ты показал, что тень к тени имеет то же отношение, что и пирамида к палке.

До какой степени эти измерительные упражнения Фалеса были продолжены и развиты его последователями, и кто первым собрал описания разных измерительных геометрических методов в одну книгу, мы не знаем. Известно, впрочем, что около 530 до н. э. мегарец Евпалин по поручению тирана Поликрата организовал на Самосе строительство километрового тоннеля, которое велось одновременно с двух концов, так что расхождение в центре составило всего 10 метров. Точность провешивания луча достигает здесь порядка 1°, так что это строительство требовало весьма точного геодезического обеспечения, составления масштабных планов и применения специальных оптических приборов — диоптров.

Следующее имеющееся у нас свидетельство об измерениях размеров недоступных земных предметов относится уже к эллинистической эпохе: в нём сообщается о геодезических занятиях Дикеарха, который во второй половине IV в. до н. э. измерял высоту гор с помощью диоптра.

Концепции зрения у ранних натурфилософов

Чтобы перейти теперь к предложениям об остроте зрения, вкратце опишем те концепции зрения, которые были приняты в ранней греческой натурфилософии. Первую известную нам теорию выдвинул Эмпедокл, изложив её в своей поэме *О природе*. Согласно его воззрениям, внутри глаза имеется огонь, вокруг которого располагаются оболочки других элементов. Этот огонь способен двигаться сквозь поры воздуха, воды и других прозрачных вещей. Он вылетает из зрачка и направляется вовне по прямолинейным зрительным лучам; натыкаясь на непрозрачную преграду, он возвращается назад, и таким образом глаз как бы «ощупывает» окружающий мир.

Основных цветов Эмпедокл насчитывал четыре: чёрный, белый, красный, жёлтый; причём каждый цвет каким-то образом возникал из-за его соответствия определённым порам глаза.

Эту теорию Эмпедокла воспроизводит Платон в *Тимее* (45bd). Он пишет о том, что внутри глаз имеется некий особый чистый огонь, не обжигающий, но ровным потоком изливающийся через зрачки; встречаясь с внешним светом, это зрительное истечение «образует единое и однородное тело в прямом направлении от глаз», которое, соприкасаясь с внешней преградой, передаёт своё возвратное движение назад, доходя до души.

В этом учении есть много несообразностей, на которые указывалось уже в древности; и тем не менее оно задаёт базовую концепцию зрения, к анализу которой можно применять геометрические методы. Существенными здесь оказываются два пункта: (а) учение о прямолинейных лучах зрения — которое, впрочем, без единой поправки может быть преобразовано в учение о прямолинейном распространении света; (б) представление о порах в твёрдом теле зрачка, сквозь которые лучи выходят из глаза и входят в него: ведь само наличие таких пор уже приводит к дискретности зрительных лучей, позволяющему объяснить феномен остроты зрения.

Учение об остроте зрения

Учение об остроте зрения изложено Евклидом в 7 постулате и четырёх предложениях, к коим относятся предложения 1–3, 9. Согласно 7 постулату,

> Предметы, которые видны под большим углом, выглядят более отчётливыми.

Для описания отношения «больше-меньше» в древнегреческой математике имеются два разных выражения: одна величина может быть меньше другой как часть от целого, и тогда о том, что видно под большим углом, говорят «ὑπὸ μείζονος γωνίας»; и одно количество может быть больше другого по пересчёту входящих в него дискретных единиц; в 7 постулате употреблено именно такое выражение: «ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν».

Исходный опытный факт, который Евклид пытается встроить в геометрическую схему своего рассуждения, таков: при удалении предмета от глаза мы различаем в нём всё меньше деталей, наше зрение становится всё менее отчётливым — а потом по достижении некоторого критического расстояния мы перестаём различать и сам предмет. Отсюда возникают такие формулировки предложений первых трёх предложений *Оптики*:

> 1. Никакие видимые предметы не видны целиком.
>
> 2. Из равных величин те, которые лежат ближе, видны отчётливее тех, которые лежат на расстоянии.
>
> 3. Для всякого видимого предмета имеется такая дальность, с которой его не видно совсем.

Первое предложение требует пояснения: предмет не виден целиком в том смысле, что хотя мы и видим его в целом, его мельчайшие детали оказываются недоступными нашему зрению. Второе предложение говорит о том, что чем дальше предмет находится от наших глаз, тем меньше деталей мы в нём различаем. Наконец, третье предложение сообщает, что при дальнейшему удалении предмета от глаза он становится целиком неразличимым для нашего зрения.

Как Евклид представляет себе механизм этого явления? Сам он его подробно не описывает, сразу же переходя к квазигеометрическим рассуждениям, — но по отдельным репликам картина складывается такой. Из глаза по прямым линиям вылетают «опсисы» — зрительные лучи, разделённые некими угловыми промежутками. Чем больше «опсисов» утыкается в предмет, тем больше деталей мы в нём различаем. Когда предмет удаляется настолько далеко, что попадает в промежуток между «опсисами», мы перестаём его видеть совсем.

Конечно же, здесь мы узнаём детали учения о зрении, восходящего к Эмпедоклу. Но сведены эти детали в единую систему, излагаемую в виде совокупности доказательных предложений, были скорее всего Демокритом. Об этом свидетельствует одно рассуждение Демокрита, которое приводит Иоанн Филопон в комментарии к трактату Аристотеля «О возникновении и уничтожении» (315b9):

> Сторонники Демокрита приняли, что формы элементов бесконечны по числу. Эти элементы, меняя порядок и изменяя положение в зависимости от расположения по отношению к наблюдающему и расстояния от него, вызывают разные представления в разное время и разные представления в одно и то же время у разных людей… И те из фигур, которые квадратные, издали выглядят округленными (τὰ τετράγωνα δὲ τῶν σχημάτων κυκλοτερῆ πόρρωθεν φαίνεται); а круг, расположенный вдали, если смотреть на него сбоку, имеет вид прямой линии (κύκλον δὲ πόρρωθεν κείμενον, εἰ κατὰ τοῦ κροτάφου θεασώμεθα, εὐθεῖαν ὁρῶμεν).

Здесь, помимо общего содержания, особый интерес представляют два оптических примера, которые по существу совпадают с формулировками 9 и 22 предложений *Оптики* Евклида:

> 9. Прямоугольные величины, рассматриваемые на удалении, выглядят округлыми (τὰ ὀρθογώνια μεγέθη ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα περιφερῆ φαίνεται).

> 22. Если в той же плоскости, что и глаз, находится дуга окружности, она выглядит прямой линией (ἒαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῇ, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια εὐθεῖα γραμμὴ φαίνεται).

Тезис «квадратные вещи издалека представляются округлыми» содержится и во многих других античных текстах (см. Аристотель, *Проблемы* XV 6, Диоген Лаэрций IX 85) и восходит к одному первоисточнику, которым с большим вероятием является Демокрит. Если Демокрит не ограничивался формулировками, но также и пытался выстраивать доказательства, то вполне может оказаться, что часть предложений *Оптики* Евклида, вместе с доказательствами, восходит к сочинению Демокрита. Название этого сочинения мы тоже знаем: в списке сочинений Демокрита, который приводит Диоген Лаэрций, имеется трактат под названием *Актинография*, то есть *Описание лучей*.

Сценография

Теперь мы переходим к главному для понимания трактата Евклида вопросу: в рамках какой практики возникла необходимость систематически рассматривать оптические эффекты, связанные со зрительной перспективой? Похоже, что существовало две таких практики: во-первых, это практика театральной сценографии, во-вторых, это практика астрономических наблюдений и их истолкования.

Основным свидетельством об античной сценографии служит следующий фрагмент из VII книги Витрувия *Об архитектуре*:

> Впервые в Афинах Агафарх, когда Эсхил ставил трагедию, устроил сцену и оставил её описание. Побуждаемые этим, Демокрит и Анаксагор написали по этому же вопросу, каким образом при установлении центра в определённом месте выходящим из глаз лучам соответствует естественная пропорция линий, чтобы определённые образы от определённой вещи создавали на театральной декорации вид зданий, и чтобы из того, что изображено на плоских фасадах, одно казалось отступающим назад, другое выходящим вперёд.

Демокрит упоминается и здесь, что побуждает нас предположить, что многие предложения *Оптики* Евклида попали в неё из *Актинографии* Демокрита. С наибольшим вероятием к этому кругу относятся предложения 4–21, в которых говорится о том, как мы видим удалённые от нас на разные расстояния отрезки, какими нам представляются уходящие вдаль от нас параллельные прямые, что происходит с видимыми размерами рассматриваемых предметов при приближении глаза к ним и при его удалении от них.

Особую роль в этой системе играют предложения 7 и 8, прорабатывающие основную идею «равенства для зрения»: глазу представляются равными такие величины, которые видны под равными углами.

> 7. Равные величины, лежащие на одной прямой не вплотную друг к другу и на разных расстояниях от глаза, выглядят неравными.

> 8. Равные и параллельные величины, удалённые от глаза на разные расстояния, видны не в пропорции расстояний.

Чтобы представить себе ситуацию предложения 7, допустим, что мы стоим перед стеной, на которой на уровне наших глаз проведена прямая, а на этой прямой размечены равные отрезки. Тот отрезок, который находится непосредственно перед нами, будут виден под наибольшим углом зрения; а те отрезки, на которые надо смотреть, повернув голову вправо или влево, будут видны под углами тем меньшими, чем дальше от нас эти отрезки находятся.

В ситуации предложения 8 представим себе два шеста равной высоты, один из которых отстоит от нас вдвое дальше другого. Угол, под которым мы видим дальний шест, не будет вдвое меньше угла, под которым мы видим ближний шест, но он будет составлять больше половины первого угла, так что оба шеста будут видны не в пропорции расстояний.

Две системы перспективы

Как выглядели театральные декорации времён Анаксагора и Демокрита, мы не знаем. Однако кое-какие перспективные изображения античности до нас всё же дошли, и к ним в первую очередь относятся настенные римские фрески так называемого «второго периода», сохранившиеся в нескольких виллах в окрестности Везувия, засыпанных пеплом при извержении 79 года, а также в нескольких императорских домах на Палатинском холме в Риме (Panofsky 1927, White 1956, Stinson 2011, Sinisgalli 2012). Для всех этих фресок характерна система представления глубины пространства, известная под названием «рыбья кость». Эта система принципиально отличается от развитой в XV веке системы линейной перспективы (о различии этих систем см. Panofsky 1927, Brownson 1981, Tobin 1990, Knorr 1991).

Система линейной перспективы предполагает, что изображение на плоскости картины представляет собой центральную проекцию, когда глаз художника, а впоследствии и зрителя, является центром проецирования, а плоскость картины является чем-то вроде прозрачного стекла, через которое глаз рассматривает всё, что находится за этим стеклом, и каждому элементу реальности за плоскостью картины соответствует элемент изображения в плоскости картины, так что глаз и эти два элемента лежат на одном луче зрения.

В систему «рыбья кость» такая единая связь глаза, изображаемого и изображения не заложена, хотя некоторые её элементы и производят зрительное впечатление, схожее со впечатлением от линейной перспективы. Она не порождается в единстве этой связи, но собирается из частей. Мы смотрим на уходящую вдаль перспективу комнаты, и нам кажется, что пол словно поднимается вверх (пред. 10), а потолок — опускается вниз (11), правая стена уклоняется влево, а левая — вправо (12), так что параллельные стены словно сходятся друг к другу (6), а в уходящей вдаль колоннаде последовательные промежутки между колоннами делаются всё меньше и меньше (4). Картина собирается художником «по частям», исходя из понимания того, как должны выглядеть эти её части; но сами эти части не увязываются между собой, исходя из единого принципа.

Картинная плоскость, пересекающая зрительные лучи, появляется в *Оптике* Евклида только один раз, при доказательстве предложения 10, и не появляется при доказательстве следующих за ним аналогичных предложений, так что само её появления рядом исследователей (Brownson 1981, Knorr 1991) объявляется добавлением в позднейшей редакции. В целом же система перспективы в *Оптике* Евклида говорит нам о том, как мы видим предметы, а не о том, как их следует изображать на плоскости картины, чтобы мы, глядя на эту плоскость, получали такое же зрительное впечатление, как от самих предметов, когда мы смотрим на них с определённой точки.

Астрономия

Папп Александрийский включил *Оптику* Евклида, равно как и его *Явления*, в собрание трактатов, известное как *Малая Астрономия*, которое предлагалось изучить прежде, чем приступать к изучению *Альмагеста* Клавдия Птолемея. Включение *Оптики* в этот список сугубо астрономических трактатов на первый взгляд может выглядеть странным, поскольку напрямую в ней об астрономических объектах и них наблюдении ничего не говорится. Однако предложения 23–24, в которых речь идёт о наблюдении сферических объектов, могут иметь некоторое отношение к наблюдению Луны и Солнца в целях измерения их размеров и расстояния до них (см. Webster 2014). Здесь показывается, что когда мы наблюдаем сферическое тело одним глазом, мы видим не половину его поверхности, но меньшую часть, отсекаемую малым кругом, по которому зрительный конус касается сферической поверхности (23); и когда глаз приближается к сфере, угол зрительного конуса увеличивается, а сама наблюдаемая поверхность уменьшается (24). Впрочем, при видимом угловом диаметре Луны и Солнца, составляющем 0,5°, этот эффект является настолько слабым, что вызываемые им поправки для античных астрономических наблюдений имели чисто умозрительный характер.

Астрономическое происхождение может иметь и уже упомянутое выше предложение 22: «Если в той же плоскости, что и глаз, находится дуга окружности, она выглядит прямой линией». Во всяком случае в *Проблемах* Аристотеля (XV, 6–7) обсуждается вопрос: «Почему, если Луна круглая, разделяющая линия восьмого дня представляется нам прямолинейной?»; здесь говорится и о том (XV, 6), что когда окружность, на которую мы смотрим сбоку, близка к нам, мы можем уловить взглядом, какие её части находятся ближе к нам, а какие дальше; но когда она далека, взгляд не воспринимает её отчётливо, и все её части представляются одинаково удалёнными, а тем самым её линия выглядит прямолинейной. Вся эта терминология выдержана вполне в духе 22 и 57 предложений *Оптики* Евклида, и возможно, опять-таки восходит к Демокриту. Здесь же употребляется выражение «Солнце смотрит на Луну», так что 23 предложение *Оптики* может иметь отношение не только к наблюдениям за Луной, но и к освещению части лунной поверхности Солнцем.

Эффекты бинокулярного зрения

Тем более умозрительными для астрономии являются эффекты бинокулярного зрения, рассматриваемые в предложениях 26–28, где обсуждается, какую часть поверхности сферы, цилиндра и конуса мы видим, когда смотрим на эти тела не одним, а двумя глазами. Эти эффекты никак не связаны ни только с астрономией, но также и с театром, поскольку они заметны лишь когда размеры наблюдаемых предметов сравнимы с расстоянием между глазами.

Скорее, эти предложения могли быть подвязаны к натурфилософскому вопросу о том, как мы вообще что-то видим двумя глазами, если оба наших глаза видят разные картины, и как из этих двух разных картин получается одна (см. Barbero 2014). Обсуждение такого вопроса действительно зафиксировано у Эмпедокла (DK31 B 88).

Текст и перевод

Перевод *Оптики* выполнен по изданию Heiberg 1895. При работе использовался также английский перевод Burton 1945.

Литература

Barbero S. (2014) “An ancient explanation of presbyopia based on binocular vision.” *Acta ophthalmologica*, **92**, 394–399.

Brownson C. D. (1981) “Euclid's *Optics* and its compatibility with linear perspective.” *Archive for history of Exact Sciences*, **24**, 165–194.

Burton H. E. (1945) “The *Optics* of Euclid.” *Journal of the Optical Society of America*, 35, 357–372.

Heiberg J. L. (1895) *Euclidis Opera Omnia*. Leipzig: Teubner.

Knorr W. R. (1991) “On the principle of linear perspective in Euclid's *Optics*.” *Centaurus*, **34**, 193–210.

Knorr W. R. (1992) “When circles don't look like circles: An optical theorem in Euclid and Pappus.” *Archive for History of Exact Sciences*, **44**, 287–329.

Panofsky E. (1927) “Die Perspektive als ‘symbolische Form’.” *Vortrige der Bibliothek Warburg, xxii, 1924–25*, Leipzig and Berlin, 258–330. // Панофский Э. (2004) *Перспектива как «символическая форма»*. Спб.: Азбука-классика.

Rudolph K. (2011) “Democritus’ perspectival theory of vision.” *Journal of Hellenic Studies*, **131**, 67–83.

Seibert H. (2017) “Transformation of Euclid’s *Optics* in late Antiquity.” *Nuncius*, **29**, 78–126.

Sinisgalli R. (2012) *Perspective in the visual culture of classical Antiquity*. Cambridge UP.

Stinson P. (2011) “Perspective systems in Roman second style wall painting.” *American Journal of Archaeology*, **115**, 403–426.

Tobin R. (1990) “Ancient perspective and Euclid's *Optics*.” *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, **53**, 14–41.

Ver Eecke P. (1959) *Euclide, l'Optique et la Catoptrique*. Paris.

Webster C. (2014) “Euclid’s *Optics* and geometrical astronomy.” *Apeiron*, **47**, 526–551.

White J. (1956) *Perspective in Ancient drawing and painting*. London: Society for the Promotion of Hellenic Studies.

А. И. Щетников

ОПТИКА

Постулаты

1. Допустим, что исходящие из глаза прямые линии расходятся на очень большое расстояние.

2. И что охваченная зрительными лучами (τῶν ὄψεων)[1] фигура представляет собой конус с вершиной в глазу и основанием у пределов видимых <предметов>.

3. И что видны те <части предметов>, на которые падают зрительные лучи, а не видны те, на которые не падают зрительные лучи.

4. И <предметы>, которые видны под бóльшим <по величине> углом (ὑπὸ μείζονος γωνίας), выглядят большими, под меньшим — меньшими, равными же выглядят те, которые видны под равными углами.

5. И <предметы>, которые видны по верхнему лучу, выглядят <лежащими> выше, а по нижнему лучу — <лежащими> ниже.

6. И, схожим образом, <предметы>, которые видны по левому лучу, выглядят <лежащими> левее, а которые по правому лучу — <лежащими> правее.

7. И <предметы>, которые видны под большим < числом> углов (ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν),[2] выглядят более отчётливыми (ἀκριβέστερον).[3]

Предложение 1

Никакие видимые <предметы> не видны целиком.

Пусть видимым будет некое ΑΔ, глаз будет Β, и из глаза падают зрительные лучи ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. И вот, поскольку падающие зрительные лучи расходится на расстояние [пост. 1], они не могут упасть на ΑΔ целиком; так что на ΑΔ возникнут такие промежутки, на которые зрительные лучи не попадут. Потому ΑΔ не будет видно целиком. Однако оно кажется видимым, потому что зрительные лучи проносятся быстро (τῶν ὄψεων ταχὺ παραφερομένων).[4]

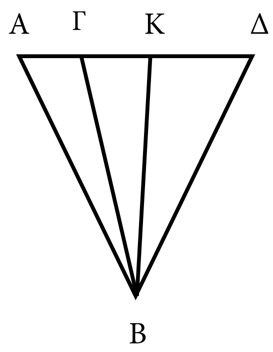
---

[1] ὄψις — это некое зрительное начало, «атом зрения», который вылетает из глаза по лучу, ощупывает пространство и возвращается в глаз. Этот термин употребляется лишь в первых предложениях Оптики; дальше для зрительных лучей используется термин ἀκτίς.

[2] πλέον — нечто большее в смысле числа, иначе сказать — дискретного перечислимого количества, во отличие от большей величины, для которой есть слово μείζων, употреблённое в постулате 4. Похоже, что больший (по числу, а не по величине) угол — это угол, вмещающий в себя больше зрительных лучей, отстоящих друг от друга на некое минимальное угловое расхождение, определяющее разрешение зрения.

[3] *Оптика* Евклида имеет дело не только со взаимным расположением глаза и видимых предметов, но также и с тем фактом, что в одном и том же предмете при его удалении от глаза видно всё меньше и меньше деталей, а на некотором расстоянии предмет перестаёт быть видимым совсем. Этот факт объясняется дискретностью лучей зрения.

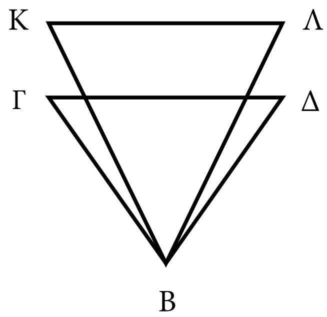
[4] Несомненный фрагмент более раннего натурфилософского текста, несущественный для Евклида, но свидетельствующий о том, что его *Оптика* включает в себя фрагменты более ранних сочинений.



Предложение 2

Из равных величин те, которые лежат ближе, видны отчётливее тех, которые лежат на расстоянии.

Пусть глаз будет В, видимыми же будут ΓΔ и КΛ, которые надо считать равными и параллельными, и пусть ΓΔ будет ближе к глазу, и падают зрительные лучи ВΓ, ВΔ, ВК, ВΛ. Однако мы не можем сказать, что лучи, которые падают из глаза на КΛ, проходят через точки Γ, Δ. Ведь в треугольнике ВΔΛКΓВ [5] сторона КΛ будет больше ΓΔ; мы же предположили, что они равны. Поэтому ΓΔ видно под большим <числом> зрительных лучей (ὑπὸ πλειόνων ὄψεων), чем КΛ. Тем самым ΓΔ выглядит более отчётливым, чем КΛ. Ведь предметы, которые видны под большим <числом> углов, выглядят более отчётливыми [пост. 4].



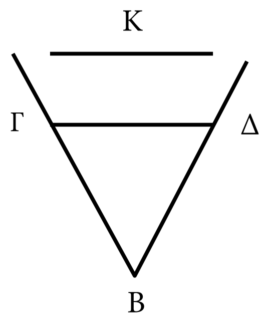
Предложение 3

Для всякого видимого <предмета> имеется такая дальность, с которой его не видно совсем.

Пусть глаз будет В, видимым же будет ΓΔ. Я утверждаю, что ΓΔ с некоторой дальности не удастся увидеть совсем. Пусть ΓΔ окажется внутри расхождения зрительных лучей, то есть там, где К. И ни один из лучей зрения, вышедших из В, не попадёт в К. Но предмет, который не попадает под зрительные лучи, не видно совсем [пост. 3].

[5] Такой треугольник получается, если оба предмета видны под одним углом зрения.

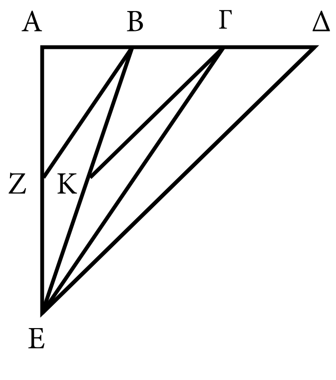
Так что для всякого видимого <предмета> имеется такая дальность, с которой его не видно совсем.



Предложение 4

Из равных и лежащих на одной прямой промежутков видимые на большем расстоянии выглядят меньшими.

Пусть будут равные промежутки на одной прямой AB, BΓ, ΓΔ, и под прямым углом <к ней> проведена <прямая> AE, на которой лежит глаз E. Я утверждаю, что AB выглядит больше BΓ, и BΓ выглядит больше ΓΔ. Пусть падают лучи EB, EΓ, EΔ, и из точки B проведём прямую BZ, параллельную ΓE. И будут равными AZ и ZE. В самом деле, поскольку в треугольнике AEΓ параллельно одной его стороне ΓE прямая проведена BZ, тем самым как ΓB к BA, так и EZ к ZA. Поэтому AZ, как уже сказано, равна ZE. Но сторона BZ больше ZA, и тем самым она больше ZE. Поэтому угол ZEB больше угла ZBE. Но угол ZBE равен углу BEΓ. Поэтому угол ZEB больше угла ΓEB. Тем самым AB выглядит большим, чем BΓ [пост. 4]. Схожим образом через точку Γ параллельно ΔE проводится <прямая ΓK>, и BΓ выглядит большим, чем ΓΔ.

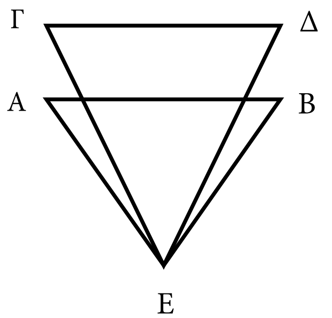


Предложение 5

Равные <предметы> на разных расстояниях выглядят неравными, и большим всегда кажется тот, который ближе к глазу.

Пусть будут два равных AB, ΓΔ, и глаз будет E, и они отстоят на неравные расстояния, так что AB находится ближе к глазу. Я утверждаю, что AB выглядит большим.

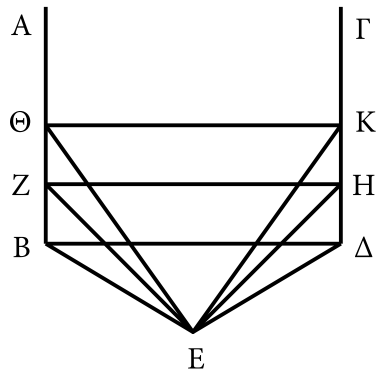
Проведём лучи AE, EB, EΓ, EΔ. Предметы, которые видны под большим углом, выглядят большими [пост. 4], и угол AEB больше угла ΓEΔ, так что AB выглядит большим, чем ΓΔ.



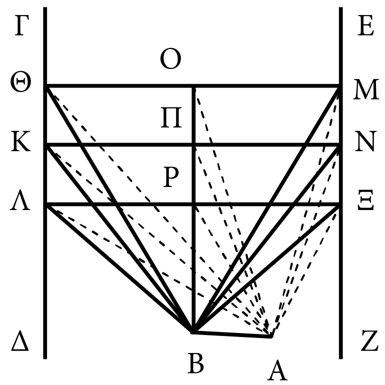
Предложение 6

Промежутки между параллельными при рассматривании издали кажутся имеющими разную ширину.

Пусть будут две параллельные величины AB, ΓΔ, и глаз будет E. Я утверждаю, что AB, ΓΔ кажутся отстоящими на разную ширину, и большим всегда будет ближний промежуток в сравнении с дальним. Пусть падают лучи EB, EZ, EΘ, EΔ, EH, EK, и соединены прямые BΔ, ZH, ΘK. Поскольку угол BEΔ больше угла ZEH, то и BΔ выглядит больше ZH. И опять, поскольку угол ZEH больше угла ΘEK, то и ZH выглядит больше ΘK [пост. 4]. Так что промежуток BΔ кажется большим, чем ZH, и ZH большим, чем ΘK. Так что промежутки между в действительности параллельными <прямыми> кажутся не равными, но имеющими разную ширину.



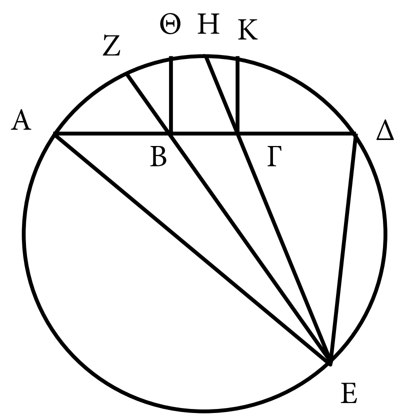
И пусть теперь с некоторой высоты из точки A на лежащую под ней плоскость опущен перпендикуляр AB, и имеются параллельные ΛΞ, KN, ΘM. Я утверждаю, что и в этом случае величины ΓΔ, EZ выглядят отстоящими на разную ширину. Опустим из B на ΛΞ перпендикуляр BP, и продолжу BP до O, и пусть падают лучи AΛ, AK, AΘ, AΞ, AN, AM, и соединены AP, AΠ, AO. Поскольку из лежащей сверху точки A к PΞ проведена прямая AP, эта AP будет перпендикуляром к PΞ, и точно так же AO к OM, и АП к ПN. Так что треугольники АРΞ, АПN, АОМ являются прямоугольными. И поскольку они прямоугольные, и ПN равно РΞ, ПА будет больше АР, ведь угол ΞАР больше угла ПАN. Тем самым РΞ выглядит больше ПN [пост. 4]. Схожим образом РΛ выглядит больше ПК. Так что и целое ΛΞ выглядит больше целого KN. И поэтому указанные величины кажутся имеющими разную ширину.



Предложение 7

Равные величины, лежащие на одной прямой не вплотную друг к другу и на разных расстояниях от глаза, выглядят неравными.

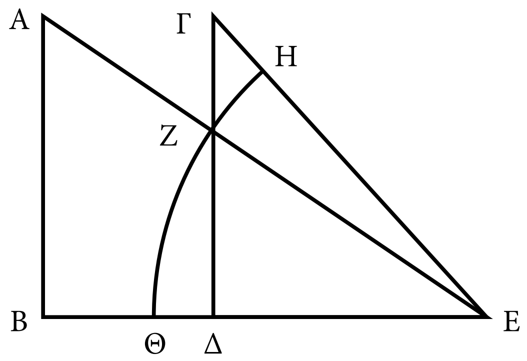
Пусть две величины АВ, ΓΔ лежат на одной прямой АΔ не вплотную друг к другу и на разных расстояниях от глаза Е, и падают лучи ЕА, ЕΔ, и ЕА больше ЕΔ. Я утверждаю, что ΓΔ выглядит больше АВ. Опустим лучи ЕВ, ЕΓ, и опишем вокруг треугольника АЕΔ круг АЕΔ. Продолжим ЕВ, ЕΓ по прямой прямыми ВZ, ΓН, и от точек В, Γ под прямыми углами проведём равные прямые ВΘ, ΓК. АВ и ΓΔ равны, но также равны углы АВΘ и ΔΓК. И дуга АΘ равна дуге ΔК. Так что дуга КΔ больше дуги ZА. Тем более дуга НΔ больше дуги ZА. Но на дугу ZА опирается вписанный угол АЕZ, и на дугу НΔ — вписанный угол НЕΔ. Так что угол НЕΔ больше угла АЕZ. Но под углом АЕZ видна АВ, и под углом НЕΔ видна ΓΔ. Так что ΓΔ выглядит больше АВ [пост. 4].



Предложение 8

Равные и параллельные величины, удалённые от глаза на разные расстояния, видны не в пропорции расстояний.

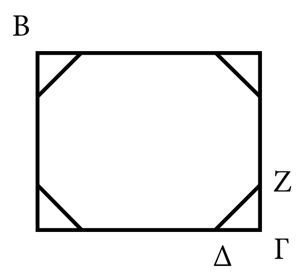
Пусть будут две величины AB, ΓΔ, неравно удалённые от глаза E. Я утверждаю, что не будет, как может показаться, что ΓΔ к AB, как BE к EΔ. Пусть падают лучи AE, EΓ, и из центра E радиусом EZ проведена дуга окружности HZΘ. И поскольку треугольник EZΓ больше сектора EZH, и треугольник EZΔ меньше сектора EZΘ, отношение треугольника EZΓ к сектору EZH больше отношения треугольника EZΔ к сектору EZΘ. И перестановкой, отношение треугольника EZΓ к треугольнику EZΔ больше отношения сектора EZH к сектору EZΘ; и составлением, отношение треугольника EΓΔ к треугольнику EZΔ больше отношения сектора EHΘ к сектору EZΘ. Но треугольник EΔΓ к треугольнику EZΔ, как ΓΔ к ΔZ. Однако ΓΔ равна AB; и AB к ΔZ, как BE к EΔ. Поэтому отношение BE к EΔ больше отношения сектора EHΘ к сектору EZΘ. Но сектор к сектору, как угол HEΘ к углу ZEΘ. И отношение BE к EΔ больше отношения угла HEΘ к углу ZEΘ. Но ΓΔ видна под углом HEΘ, и AB видна под углом ZEΘ. Так что равные величины видны не в пропорции расстояний.



Предложение 9

Прямоугольные величины на удалении выглядят округлыми.

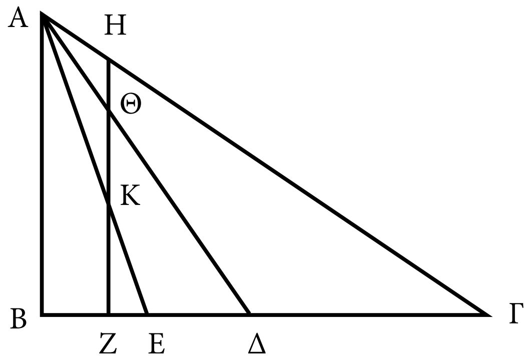
Пусть будет прямоугольник BΓ, рассматриваемый на удалении. И поскольку для всякого предмета имеется такое расстояние, с которого его не видно совсем [пред. 3], угол Γ уже не виден, но видны лишь точки Δ, Z. То же самое и для оставшихся углов. Так что в целом он будет выглядеть округлым.



Предложение 10

У плоскостей, лежащих ниже глаза, дальние <части> выглядят <лежащими> выше.

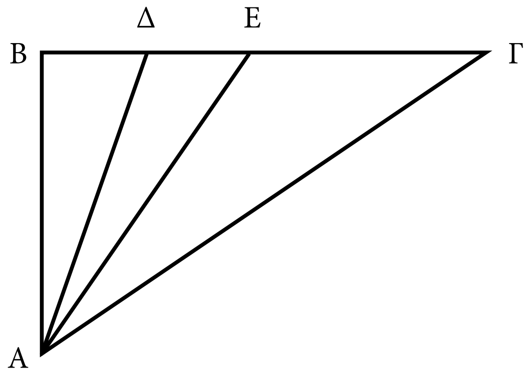
Пусть глаз A лежит выше ВЕГ, и падают лучи АВ, АЕ, АΔ, АГ, так что АВ является отвесом к упомянутой плоскости. Я утверждаю, что ГΔ выглядит лежащим выше ΔЕ, и ΔЕ выше ВЕ. Возьмём на ВЕ произвольную точку Z, и проведём из неё перпендикуляр ZH. Поскольку лучи зрения попадают сначала на ZH, а потом на ZГ, пусть АГ попадает на ZH в точке H, АΔ в Θ, и АЕ в K. Но H лежит выше Θ, и Θ лежит выше K, но на какой <прямой> лежит H, на такой и Г, на какой Θ, на такой и Δ, на какой K, на такой и Е. Но ΔГ выглядит лежащим внутри угла ГА, АΔ; и ΔЕ выглядит лежащим внутри <угла> ΔА, АЕ; так что ГΔ выглядит лежащим выше ΔЕ. И точно так же ΔЕ выглядит лежащим выше ВЕ. Ведь <предметы>, которые видны по верхнему лучу, выглядят лежащими выше [пост. 5]. И ясно, что лежащее сверху выглядит вогнутым.



Предложение 11

У плоскостей, лежащих выше глаза, дальние <части> выглядят <лежащими> ниже.

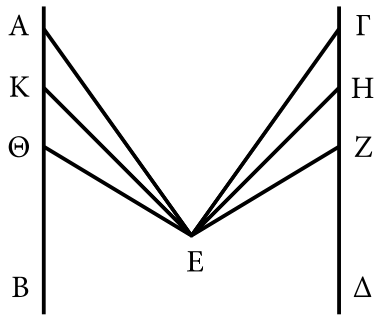
Пусть глаз A лежит ниже плоскости ВГ, и падают лучи ВА, АΔ, АЕ, АГ, так что АВ расположена отвесно к упомянутой плоскости. Я утверждаю, что ГЕ выглядит лежащим ниже ЕΔ. По предыдущей теореме луч АГ лежит ниже АЕ, луч АЕ ниже АΔ, луч АΔ ниже АВ. Но ГЕ выглядит лежащим внутри <угла> ГА, АЕ, и ЕΔ выглядит лежащим внутри <угла> ЕА, АΔ, и ΔВ выглядит лежащим внутри <угла> ΔА, АВ. Так что ГЕ выглядит лежащим ниже ЕΔ, и ЕΔ — ниже ΔВ [пост. 5].



Предложение 12

В случае уходящих вперёд длин, те, которые находятся слева, выглядят уклоняющимися вправо, и те, которые находятся справа, выглядят уклоняющимися влево.

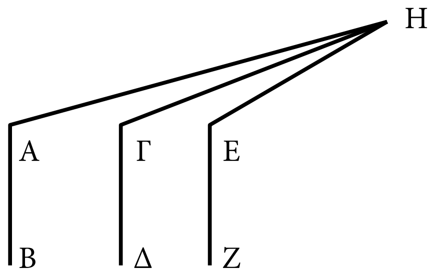
Пусть будут два видимых <предмета> AB, ΓΔ, глаз будет E, и падают лучи EΘ, EK, EA, EZ, EH, EΓ. Я утверждаю, что EZ, EH, EΓ выглядят уклоняющимися влево, и EΘ, EK, EA выглядят уклоняющимися вправо. Ведь EZ лежит правее EH, и EH правее EΓ, так что EΓ кажется уклоняющиеся влево от EH, и HE от EZ. Схожим образом EK, EA, EΘ выглядят уклоняющимися вправо [пост. 6].



Предложение 13

Из равных величин, лежащих ниже глаза, дальние выглядят более высокими.

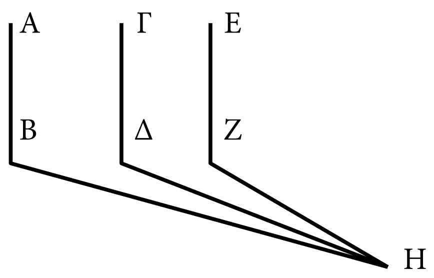
Пусть будут равные величины AB, ΓΔ, EZ, и глаз H лежит выше этих величин, и падают лучи HA, HΓ, HE. Я утверждаю, что AB выглядит лежащей выше ΓΔ, и ΓΔ — выше EZ. Ведь HA выше HΓ, и HΓ выше HE, но на HA, HΓ, HE лежат точки A, Γ, E, и с A, Γ, E связаны величины AB, ΓΔ, EZ, потому AB выглядит лежащей выше ΓΔ, и ΓΔ выше EZ.



Предложение 14

Из равных величин, лежащих выше глаза, дальние выглядят более низкими.

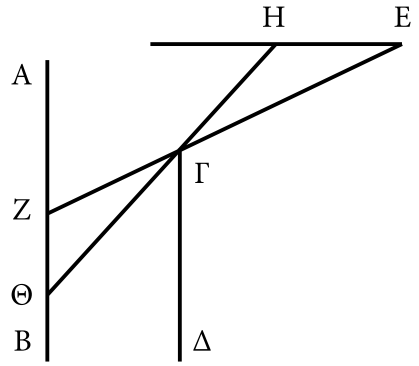
Пусть будут равные величины AB, ΓΔ, EZ, лежащие выше глаза H. Я утверждаю, что AB выглядит лежащей ниже ΓΔ, и ΓΔ ниже EZ. Падающие лучи суть HB, HΔ, HZ. И вот луч HB ниже луча HΔ, и HΔ — ниже HZ, но на HB, HΔ, HZ лежат точки B, Δ, Z, и с B, Δ, Z связаны величины AB, ΓΔ, EZ, потому AB выглядит лежащей ниже ΓΔ, и ΓΔ ниже EZ.



Предложение 15

Когда <предметы>, лежащие ниже глаза, выступают один из-за другого, при приближении глаза больший представляется выходящим наверх, а при удалении — убывающим.

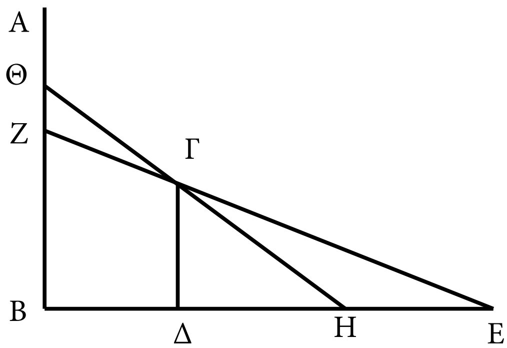
Пусть будут две неравные величины AB, ΓΔ, и большая из них будет AB. Пусть глаз будет E, и из него через Γ падает луч EZ. Поскольку ниже глаза и луча EZ видны ZB и ΓΔ, величина AB выглядит выступающей над ΓΔ на величину AZ. Пусть глаз передвинется вперёд в H, и падающий через Γ луч будет HΘ. Теперь ниже глаза и луча HΘ видны ΓΔ и ΘB, и AB выглядит выступающей над ΓΔ на AΘ. У большей величины из точки E видна <часть> AZ, и AΘ больше AZ. Так что при приближении глаза больший предмет представляется выходящим наверх, а при удалении — убывающим.



Предложение 16

Когда неравные предметы, лежащие выше глаза, выступают один из-за другого, при приближении глаза больший представляется убывающим, а при удалении — выходящим наверх.

Пусть будут неравные величины AB, ГΔ, и большая из них будет AB. Пусть глаз будет E, и из него через Г падает луч EZ. Поскольку под лучом EZ находятся величины ZB и ГΔ, эти BZ и ГΔ выглядят равными. И кажется, что AB превышает ГΔ на величину AZ. Пусть глаз передвинется вперёд в H, и отсюда через Г падает луч HΘ. Теперь под лучом HΘ находятся BΘ и ГΔ, а под EZ были ZB и ГΔ, и поскольку ZA больше AΘ, при приближении глаза больший <предмет> представляется убывающим, а при удалении — выходящим наверх.

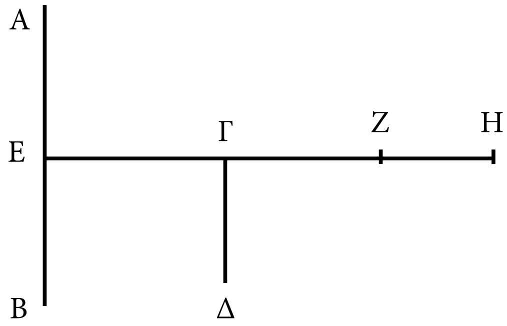


Предложение 17

Когда неравные <предметы> выступают один из-за другого, и глаз приближается или удаляется на одном уровне с меньшей величиной, более высокий <предмет> всегда кажется равно выступающим из-за меньшего.

Пусть будут две неравные величины AB, ГΔ, и большая будет AB, глаз же находится в Z на уровне прямой, проходящей через конец Г величины ГΔ. Я утверждаю, что когда глаз Z приближается или удаляется по этой прямой, AB всегда кажется равно выступающей над ГΔ. Пусть через Г падает луч ZE, и AB выступает над ГΔ на AE.

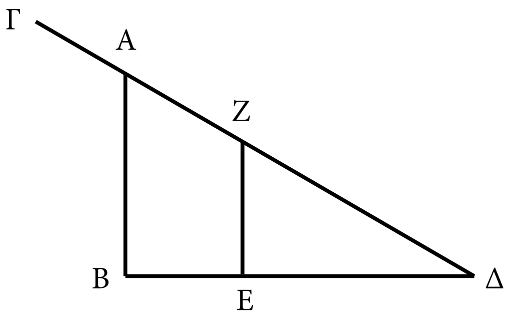
Отодвинем глаз, и пусть он будет на той же прямой в H. Луч, падающий из глаза H, пройдёт через точку Γ, а потом через точку E, и AB будет всё так же выступать над ΓΔ.



Предложение 18

Узнать данную высоту, какова она, когда светит солнце.

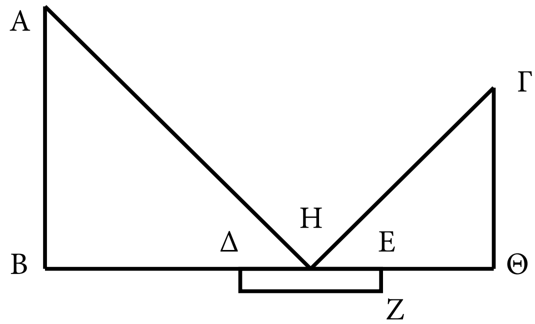
Пусть данная высота будет AB, и предложено узнать, какова она, когда светит солнце. Пусть глаз будет Δ, и луч солнца ΓA проходит по краю величины AB и попадает в глаз Δ. Так что ΔB является тенью AB. Возьму другую величину EZ и поставлю её так, так чтобы она встречала луч, но не была освещена вплоть до конца Z. И вот внутрь треугольника ABΔ вписан другой треугольник EZΔ. Тогда как ΔE к ZE, так ΔB к BA. Но отношение ΔE к EZ известно; значит и отношение ΔB к BA известно. Поэтому известно и AB.



Предложение 19

И когда не светит солнце, узнать данную высоту, какова она.

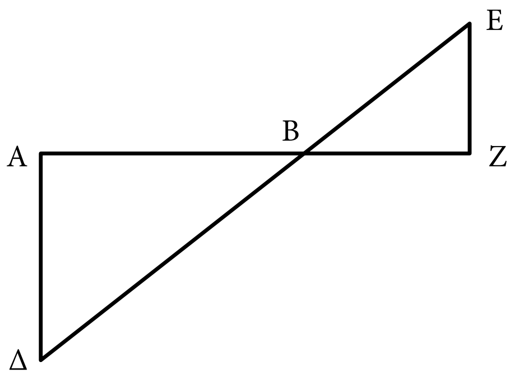
Пусть некая высота будет AB, глаз будет Γ, и предложено узнать AB, когда не светит солнце. Положу зеркало ΔZ, чтобы ΔB, продолженная прямой EΔ, встретилась с концом B величины AB, и из глаза Γ падал луч ΓH и, отразившись, достигал края A величины AB; и пусть ΔE продолжена на EΘ, а из Γ на EΘ опущен отвес ΓΘ. И когда падает луч ΓH и отражается в HA, отражение происходит под равными углами, как сказано в *Катоптрике*, так что равны углы ΓHΘ и AHB. Но и <углы> ABH и ΓΘH тоже равны, и оставшийся <угол> HΓΘ равен оставшемуся <углу> HAB. Так что треугольник AHB равен углами треугольнику ΓHΘ. А у равных углами треугольников стороны пропорциональны. И вот, как ΓΘ к ΘΗ, так и ΑΒ к ΒΗ. Но отношение ΓΘ к ΘΗ известно. Так что и отношение ΑΒ к ΒΗ тоже известно. Но ΗΒ известна. Так что и ΑΒ известна.



Предложение 20

Узнать данную глубину, какова она.

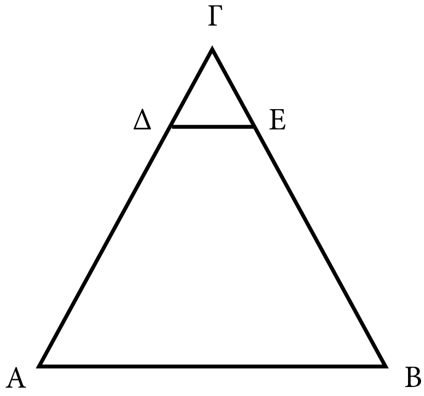
Пусть данная глубина будет ΑΔ, пусть глаз будет Ε, и предложено узнать глубину, какова она. Пусть падает зрительный луч ΕΔ, встречаясь с плоскостью в точке Β и с глубиной в Δ. Проведём из Β прямую ΒΖ, и опустим из Ε на прямую ΒΖ отвес ΕΖ. И равны углы ΕΖΒ и ΒΑΔ, и <углы> ΑΒΔ и ΕΒΖ, и третьи <углы> ΒΕΖ и ΑΔΒ тоже равны. Так что треугольник ΑΔΒ равен углами с треугольником ΒΕΖ. И стороны у них пропорциональны. И вот, как ΕΖ к ΖΒ, так ΔΑ к ΑΒ. Но отношение ΕΖ к ΖΒ известно. Так что и отношение ΔΑ к ΑΒ тоже известно. Но ΑΒ известна. Так что и ΑΔ известна.



Предложение 21

Узнать данную длину, какова она.

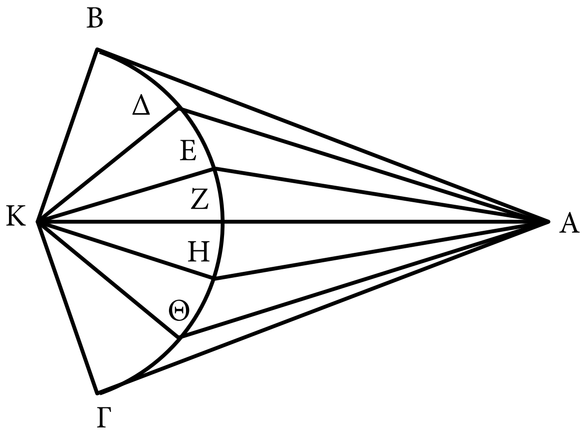
Пусть данная длина будет ΑΒ, глаз будет Γ, и следует узнать длину ΑΒ, какова она. Пусть падают лучи ΓΑ, ΓΒ, и вблизи глаза Γ в произвольном месте на луче взята точка Δ, и параллельно прямой ΑΒ через точку Δ проведена <прямая> ΔΕ. И вот в треугольнике ΑΒΓ параллельно одной его стороне ΒΑ проведена ΔΕ, так что, как ΓΔ к ΔΕ, так и ГА к АВ. Но отношение ГΔ к ΔЕ известно, так что отношение АГ к АВ тоже известно. И известна АГ. Поэтому известна и АВ.



Предложение 22

Если в той же плоскости, что и глаз, находится дуга окружности, она выглядит прямой линией.

Пусть дуга окружности ВГ лежит в одной плоскости с глазом А, из которого падают лучи АВ, АΔ, АЕ, АZ, АН, АΘ, АГ. Я утверждаю, что дуга ВГ выглядит прямой линией. Отмечу центр дуги К, и соединю прямые КВ, КΔ, КЕ, КZ, КН, КΘ, КГ. И поскольку КВ лежит против угла КАВ, и КΔ лежит против угла КАΔ, то КВ выглядит больше КΔ, и КΔ — больше КЕ, и КЕ — больше КZ, и по другую сторону КГ выглядит больше КΘ, и КΘ — больше КН, и КН — больше КZ. Поэтому КА остаётся прямой линией, всегда перпендикулярной к ВГ. И это всегда происходит и с вогнутой дугой тоже.



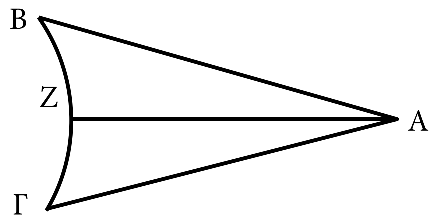
Дополнение.

Здесь можно сразу же говорить о лучах зрения, и тот луч, который лежит между глазом А и диаметром, всегда короче всех остальных. То же получается, если АZ является перпендикуляром к диаметру. Поэтому дуга выглядит прямой, особенно если она видна с большого расстояния, так что мы не можем воспринимать кривизну. И поэтому у не вполне натянутых канатов, если смотреть на них сбоку, виден прогиб, на который они ниже прямой, и тени от кольца, лежащего в одной плоскости с источником света, делаются прямыми.

Дополнение.

Если в той же плоскости, что и глаз, находится дуга окружности, она выглядит прямой линией.

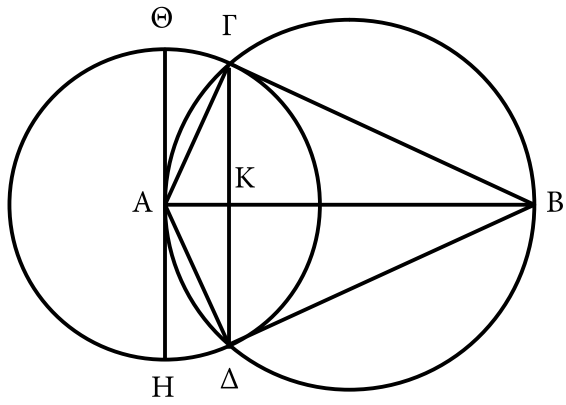
Пусть будет дуга окружности ВГ, и пусть глаз Δ лежит в одной плоскости с дугой ВГ, и от него падают лучи зрения ΔB, ΔZ, ΔГ. И поскольку ничто видимое не видно целиком [пред. 1], BZ будет прямой. Так же и ZГ. И вся дуга ВГ будет казаться прямой.



Предложение 23

У шара, рассматриваемого с любой стороны одним глазом, видно меньше полушария, и эта видимая часть шара выглядит окружностью круга.

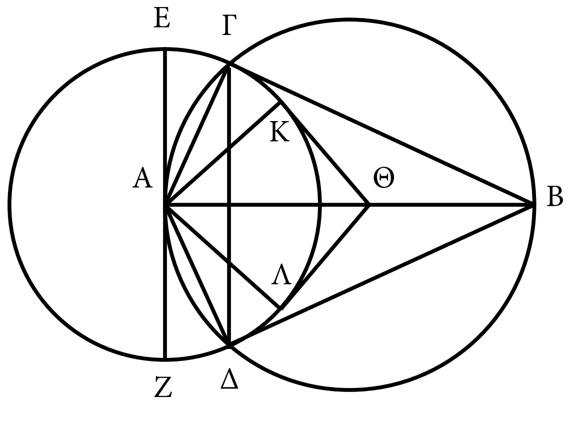
Пусть будет шар с центром А, и пусть глаз будет В. Соединим АВ, и проведём плоскость через ВА, так что в сечении получится круг. Получился круг ГΔΘН, и на диаметре АВ опишем круг ГВΔ, и проведём прямые ГВ, ВΔ, АΔ, АГ. И поскольку АГВ — полукруг, поэтому угол АГВ прямой. Схожим образом и <угол> ВΔА. Так что ГВ, ВΔ — касательные. Соединим ГΔ, и проведём через точку А прямую НΘ, параллельную ГΔ. Они перпендикулярны в К. И вот, если оставить АВ на месте и повернуть вокруг неё треугольник ВГК с прямым углом К, чтобы он, совершив оборот, вернулся на то же место, тогда ВГ из точки коснётся шара, и КГ произведёт круговое сечение. Так что окружность этого круга будет видна на шаре. И я утверждаю, что это будет меньшее полушарие. Ведь полукруг будет НΘ, так что ГΔ меньше полукруга. И видна часть шара между лучами ВГ, ВΔ [пост. 3]. И ГΔ — меньшее полушарие. И оно видно под лучами ВГ, ВΔ.



Предложение 24

Когда глаз приближается к шару, видимая <часть> становится меньше, но на взгляд она кажется больше.

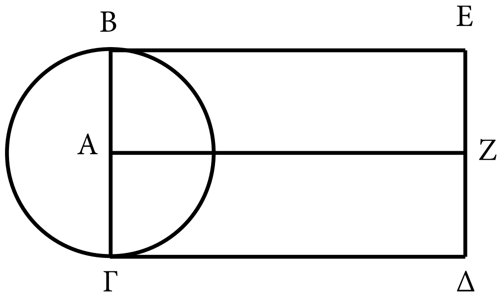
Пусть будет шар с центром A, глаз будет B, и проведена прямая AB. Опишем вокруг AB круг ΓBΔ, и проведём через точку A под прямым углом к прямой AB прямую EZ, и проведём плоскость через EZ, AB. В сечении получится круг ΓEZΔ. И пусть проведены ΓA, AΔ, ΔB, BΓ, ΓΔ. По предыдущему, углы в точках Γ, Δ будут прямыми. Так что лучи BΓ, BΔ являются касательными, и из глаза B видна часть шара ΓΔ. Передвинем глаз ближе к шару в Θ, и проведём прямую ΘA, и проведём круг AΛK, и пусть проведены прямые ΘK, KA, AΛ, ΛΘ. Схожим образом, из глаза Θ видна часть шара KΛ, а из B видна ΓΔ, и KΛ меньше ΓΔ. Так что когда глаз приближается к шару, видимая часть становится меньше. И ясно, что она выглядит большей: ведь угол KΘΛ больше угла ΓBΔ.



Предложение 25

Если на шар глядят двумя глазами, и диаметр шара равен расстоянию между глазами по соединяющей их прямой, то тогда видно целое полушарие.

Пусть будет шар с центром А, и проведём на шаре круг ВΓ с центром А и диаметром ВΓ, и восставим в В, Γ под прямыми углами <прямые> ВΔ, ΓЕ, и пусть ВΓ будет параллельна ΔЕ, и будут глаза Δ, Е. Я утверждаю, что так видно целое полушарие. Проведём из А прямую АZ, параллельную каждой из ВΔ, ΓЕ. И АВΔZ будет параллелограммом. И если при неподвижной АZ сделать этой фигурой полный оборот, который начинается в В, касается шара в Γ и возвращается в В, тогда описанная АВ фигура будет кругом, который проходит через центр шара. И поэтому глазам Δ, Е будет видно полушарие.[6]



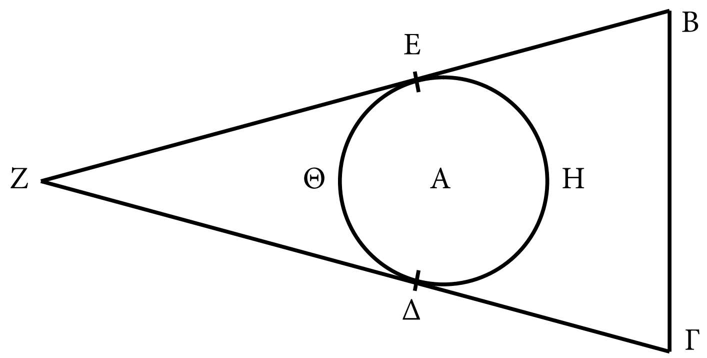
Предложение 26

Если расстояние между глазами больше диаметра шара, то тогда на шаре будет видно больше полушария.

Пусть будет шар с центром А, и вокруг этого центра А описан круг ЕΘΔН, глаза же будут В, Γ, и расстояние между глазами В, Γ больше диаметра шара, и проведена прямая ВΓ. Я утверждаю, что видно больше полушария. Пусть падают лучи ВЕ, ΓΔ, касающиеся <шара> в частях Е, Δ; и они встречаются друг с другом, поскольку диаметр меньше ВΓ. Встречаются же они в точке Z. И поскольку выходящие из некоей точки прямые ZЕ, ZΔ касаются круга, тем самым ΔΘЕ меньше полукруга, и поэтому ЕНΔ больше полукруга. Однако из В, Γ видна ЕНΔ. И вот из В, Γ видно больше половины круга. То же самое видно и на шаре.[7]

[6] Это утверждение неверно: два малых круга на шаре не могут закрыть всё полушарие. В плоскости, проходящей через оба глаза, полушарие действительно перекрывается, а вот по перпендикулярному направлению нет. Ошибка в доказательстве состоит в том, что глаза не должны совершать оборот, ибо каждый глаз видит на шаре свой малый круг, и эти два малых круга в объединении не могут дать полушарие.

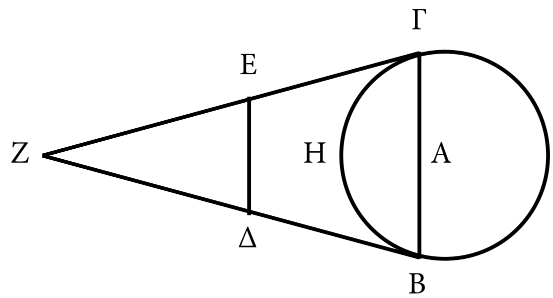
[7] То же замечание, что и в предыдущем предложении. Верхняя и нижняя точки шара по отношению к плоскости ВΓZ не будут видны ни тому, ни другому глазу.



Предложение 27

Если расстояние между глазами меньше диаметра шара, то тогда видно меньше полушария.

Пусть будет шар с центром в точке А, и вокруг точки А описан круг ВГ, и расстояние между глазами ΔЕ меньше диаметра шара, и проведены те же касательные лучи ΔВ, ЕГ. Я утверждаю, что видно меньше полушария. Пусть проведены ВΔ, ГЕ; они охватывают часть ГНВ, поскольку ΔЕ меньше диаметра шара. Встречаются же они в точке Z. И поскольку из некоей точки Z падают прямые ZГ, ZВ, то ВНГ будет меньше полукруга. Но сегмент ВНГ будет таким же и на шаре. Так что они заключают меньше полушария.

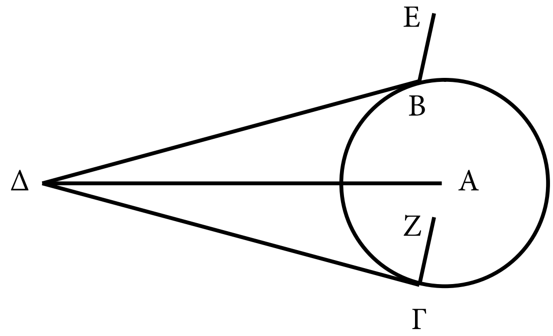


Предложение 28

У цилиндра, рассматриваемого одним глазом, видно меньше половины цилиндра.

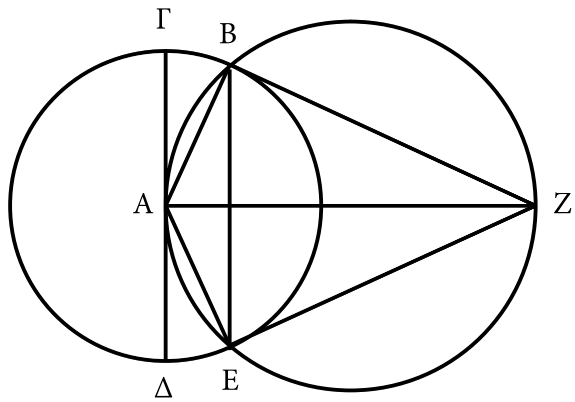
Пусть будет цилиндр с центром основания в точке А, и вокруг А описан круг ВГ, и глаз Δ расположен снаружи в одной плоскости с основанием цилиндра ВГ, и Δ соединён с А прямой ΔА, и из Δ падают лучи ΔВ, ΔГ, и они касаются круга, и в точках В, Г под прямым углом восставлены образующие (πλευραί) цилиндра ВЕ, ГZ, и проведены плоскости через ΔВ, ВЕ и через ΔГ, ГZ. И они не пересекают цилиндр: ведь его касаются как ΔВ, ΔГ, так и ВЕ, ГZ. И вот ВГ видна под лучами ВΔ, ΔГ, и она меньше полукруга. И таким образом видно меньше полуцилиндра.

А если смотреть двумя глазами, ясно, что получится то же самое, как когда смотрели на шар.



Дополнение.

Пусть будет круг с центром A, и точка снаружи будет Z, и из A в Z проведена AZ, и в точке A под прямым углом к AZ с каждой стороны проведена <прямая> ΓΔ, и ΓΔ будет диаметром круга. Опишем вокруг AZ круг ABZE, и соединим AB, BZ, ZE, EA. И вот ZB, ZE будут касательными, поскольку <углы> в точках B, E прямые. И поскольку из некоей точки Z на дугу круга падают лучи BZ, ZE, тем самым видна часть круга BE. Но ΓBEΔ — полукруг. И тогда BE будет меньше полукруга.



Эта теорема применима и к конусу, и к цилиндру. Ведь если из точек B, E под прямыми углами проведены образующие цилиндра, выделяющие его часть, и падающие лучи выделяют для зрения часть цилиндра BΔE, то видна часть полукруга BE. И у конуса будет видна такая же меньшая его часть.[8]

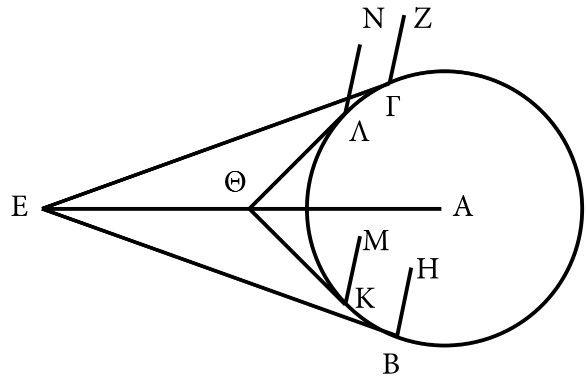
Предложение 29

Когда глаз приближается к цилиндру, лучами охватывается меньшая часть цилиндра, однако кажется, что видно больше.

Пусть будет цилиндр с кругом BΓ в основании и центром A, и пусть будет глаз E, соединённый с центром <прямой> EA, и падают лучи EB, EΓ, и из точек B, Γ восставлены под прямым углом <образующие> цилиндра ΓZ, BH. По сказанному выше

[8] Непонятно, зачем нужно это дополнение, если имеется предложение 30.

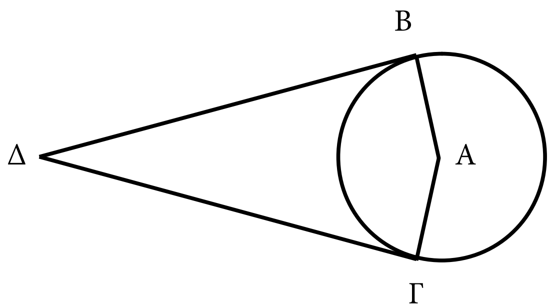
<дуга> HBΓZ меньше полукруга; и она видна из глаза E. Передвинем глаз ближе в Θ. Я утверждаю, что охватываемое глазом Θ кажется больше <части поверхности> ZΓBH, но в действительности видно меньше. Пусть падают лучи ΘK, ΘΛ, и в точках K, Λ восставлены под прямым углом образующие цилиндра KM, ΛN. И вот под лучами ΘK, ΘΛ созерцается часть цилиндра MKΛN, а под <лучами> EB, EΓ — часть <цилиндра> ZΓBH. Но ZΓBH больше MKΛN. Так что она кажется меньшей,[9] так как угол при <вершине> Θ больше угла при <вершине> E.



Предложение 30

Когда глаз глядит на конус с круговым основанием и осью под прямым углом, ему видно меньше половины конуса.

Пусть будет конус с кругом BΓ в основании и вершиной в точке A, и из глаза в точке Δ падают лучи ΔB, ΔΓ. И эти падающие лучи ΔΓ, ΔB касаются BΓ, а BΓ меньше полукруга по доказанному выше. Проведём из вершины конуса A к точкам B, Γ образующие конуса AB, AΓ. И вот между прямыми AB, AΓ и дугой BΓ охвачено меньше половины конуса, поскольку BΓ меньше полукруга. Так что и видно меньше половины конуса.



---

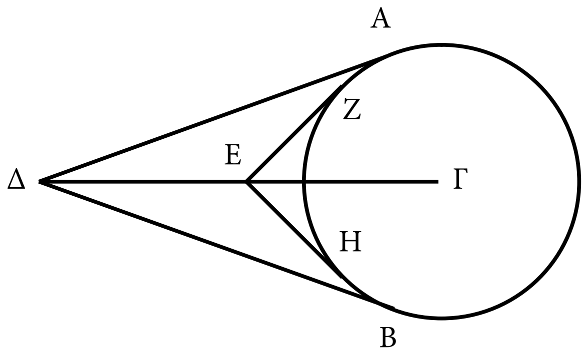
[9] По смыслу здесь должно стоять «большей».

Предложение 31

Когда глаз находится в одной плоскости с основанием конуса, при его приближении будет видна меньшая часть <боковой поверхности>, но будет казаться, что видно больше.

Пусть будет конус с кругом AB в основании и вершиной в точке Г, глаз в точке Δ, и отметим центр круга Λ, и проведём прямую ΔΛ, и пусть падают лучи ΔA, ΔB, и проведены образующие конуса AГ, ГB. И вот из глаза Δ под лучами зрения ΔA, ΔB охватывается часть конуса ABГ, и она меньше половины конуса. Передвинем глаз ближе в E, и теперь падают лучи EZ, EH, и проведены образующие ZГ, ГH. И опять из глаза E под лучами зрения EZ, EH охватывается часть конуса ZГH. И эта <часть> ZГH меньше ABГ. Однако кажется, что она больше, поскольку угол ZEH больше угла AΔB.

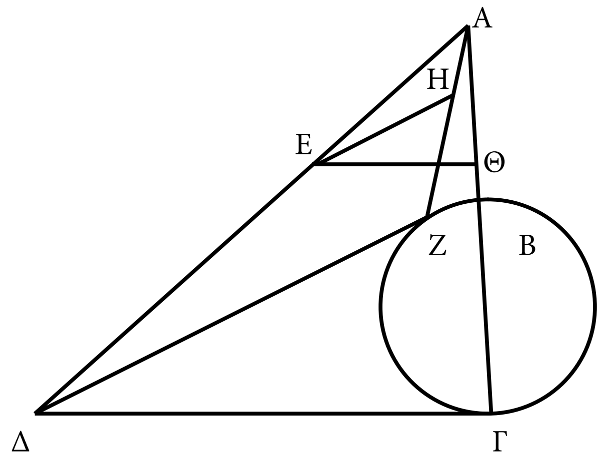
И ясно, что если на конус смотреть двумя глазами, то результат будет тем же самым, что и для шара и цилиндра.



Предложение 32

Если из глаза падают лучи к основанию конуса, и если из <точек> касания этих падающих лучей по поверхности конуса проведены прямые к его вершине, а затем через эти прямые и через те, которые шли от глаза к основанию конуса, проведены плоскости, то тогда, если поместить глаз <на линию> их встречи, то есть на общее пересечение плоскостей, видимая часть конуса всегда останется той же самой, поскольку глаз будет лежать в плоскости, параллельной исходной плоскости.

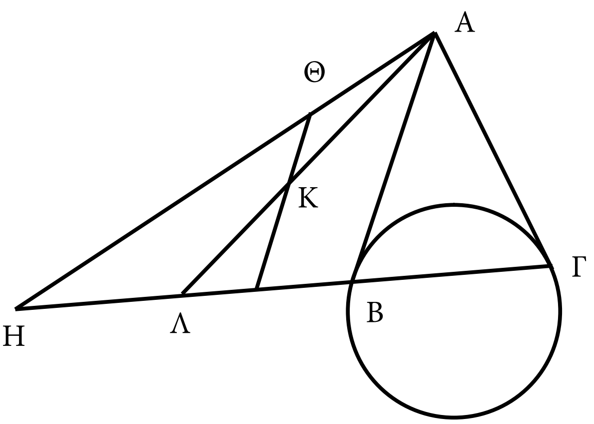
Пусть будет конус с кругом BГ в основании и вершиной в точке A, глаз же будет Δ, и от него проведены лучи ΔZ, ΔГ, и от <точек> касания Z, Г к вершине конуса A проведены образующие конуса ZA, ГA, и проведены плоскости через ΔZ, ZA и через ГΔ, ГA, так что их общим пересечением является прямая AEΔ. Я утверждаю, что если глаз перемещать по AEΔ, то будет видна та же самая <часть> конуса, охваченная лучами ΔГ, ΔZ. Поместим на AEΔ глаз E, и пусть из него на конус падают лучи. Они достигают AZ, AГ, поскольку глаз находится в параллельной плоскости, и лучи зрения распространяются по прямым линиям. Ведь если бы они упали снаружи AГ, AZ, то лучи зрения преломились бы; но это невозможно. И пусть они будут EΘ, EH. И поскольку лучи зрения переносятся в параллельной плоскости по прямым линиям, и поскольку под равными углами видны равные <величины> [пост. 4], и поскольку зрительные лучи от прямой АЕΔ ложатся параллельными, охватывая равные углы, то видимая часть конуса останется той же самой.



Предложение 33

И теперь, если глаз поднимается снизу вверх, он видит большую часть конуса, хотя кажется, что видит меньшую, а когда опускается, видит меньшую, хотя кажется, что видит большую.

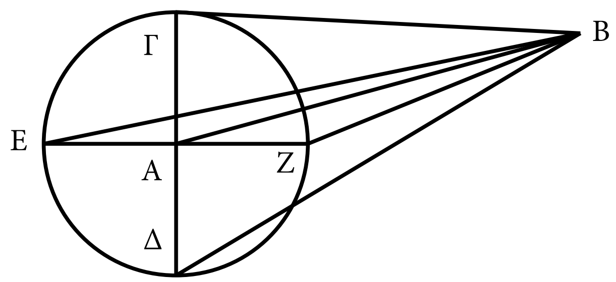
Пусть будет конус с кругом ВΓ в основании и вершиной в точке А, и проведены образующие конуса ВА, АΓ. Соединим ВΓ, и продолжим ВΓ на ВН, и через произвольную точку Θ проведём <прямую> ΘК параллельно АВ. Я утверждаю, что когда глаз перемещается из точки К в точку Θ, становится видна большая <часть> конуса, а кажется, что видно меньше. Проведём <прямые> АК, АΘ, и продолжим АΘ до Н, и АК до Λ. И вот при нахождении глаза в Н и Λ видны неравные части конуса, и большая видна из Н, а меньшая по сути и большая по кажимости видна из Λ. Но они остаются равными <при перемещении> из Н в Θ, и из Λ в К, как было доказано выше [пред. 32]. Так что глаз, находясь в Θ, видит большую часть конуса, нежели в К, хотя кажется, что она меньше.



Предложение 34

Если из центра круга восставлена прямая под прямыми углами к плоскости круга, и на ней находится глаз, то все диаметры в плоскости круга выглядят равными.

Пусть будет круг с центром в точке A, и под прямыми углами к плоскости круга восставлена <прямая> AB, и глаз находится в B. Я утверждаю, что диаметры видны равными. Построим два диаметра ΓΔ, EZ, и соединим BΓ, BE, BΔ, BZ. Поскольку равны ZA и AΓ, и <сторона> AB является общей, и углы прямые, тем самым основание ZB равно основанию BΓ, и углы при основании тоже. Поэтому <угол> между ZB, BA равен <углу> между AB, BΓ. Схожим образом <треугольник> EBA равен <треугольнику> ABΔ. Поэтому <угол> между ΓB, BΔ равен <углу> между EB, BZ. Но видимые под равными углами выглядят равными [пост. 4]. Поэтому равны ΓΔ и EZ.

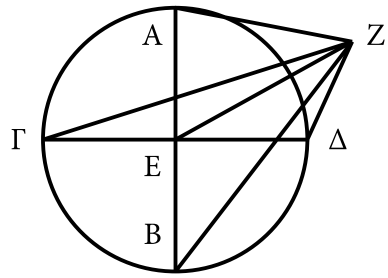


И если <прямая> из центра к плоскости круга проведена не под прямыми углами, однако она равна радиусу (ἐκ τοῦ κέντρου), то все диаметры выглядят равными.[10]

Пусть будет круг ABΓΔ, и в нём проведены два диаметра AB, ΓΔ, и они сходятся в точке E, и глаз лежит в Z, но не на перпендикуляре, однако все радиусы равны ZE, и падают лучи ZA, ZΓ, ZB, ZΔ. И вот равны BE и EZ, но также равны EA и EZ, и тем са-

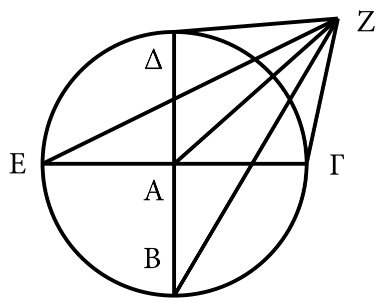
[10] Все диаметры действительно выглядят равными; однако они уже не выглядят диаметрами в том смысле, что теперь наблюдателю кажется, что точка пересечения этих отрезков уже не делит их на равные половины. Соответственно круг в такой ситуации не выглядит кругом (см. Knorr 1992). Это же замечание относится и к следующим предложениям, имеющим дело с рассмотрением круга из точки, не лежащей на его оси.

мым равны все три EZ, EA, EB. Полукруг, построенный в плоскости AB, EZ на диаметре AB, проходит через Z. И <угол> между AZ, ZB является прямым. Схожим образом и <угол> между ΓZ, ZΔ является прямым. Прямые углы равны между собой, так что <диаметры> видны под равными углами. И тем самым выглядят равными AB и ΓΔ.



Но пусть AZ не равна радиусу, и она проведена не под прямыми углами к плоскости круга, однако равны углы ΔAZ, ZAΓ и углы EAZ, ZAB. Я утверждаю, что и тогда диаметры, с которыми она образует равные углы, выглядят равными.

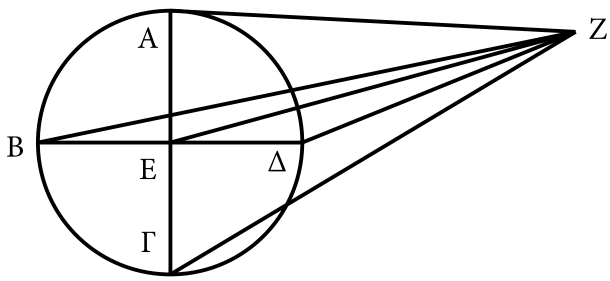
Пусть <угол> между ΓA, AZ равен <углу> между ZA, AΔ, и <угол> между BA, AZ равен <углу> между ZA, AE, и вот углы равны, и основание ΔZ равно основанию ZΓ; так что и <угол> ΔZA равен <углу> AZΓ. Схожим образом докажем, что <угол> EZA равен <углу> AZB. И в целом <угол> ΔZB равен <углу> EZΓ. И диаметры ΔB, EΓ выглядят равными.



Предложение 35

Но если <прямая> падает из глаза к центру круга не под прямыми углами к плоскости круга, и она не охватывает равные углы с радиусами, то диаметры, с которыми она образует неравные углы, выглядят неравными.

Пусть будет круг ABΓΔ, и два диаметра AΓ, BΔ пересекаются под прямым углом в точке E, и из точки E проведена прямая ZE, на которой лежит глаз, и она проведена не под прямыми углами к плоскости, и не равна радиусам, и не охватывает равных углов с AΓ, ΔB. Я утверждаю, что диаметры AΓ, ΔB выглядят неравными. Соединим ZΓ, ZA, ZΔ, ZB. И вот EZ или больше радиуса, или меньше. Так что либо <угол> между ΔZ, ZB больше <угла> между ΓZ, ZA, либо <угол> между ΓZ, ZA больше <угла> между ΔZ, ZB, как мы сейчас докажем. И диаметры выглядят неравными.

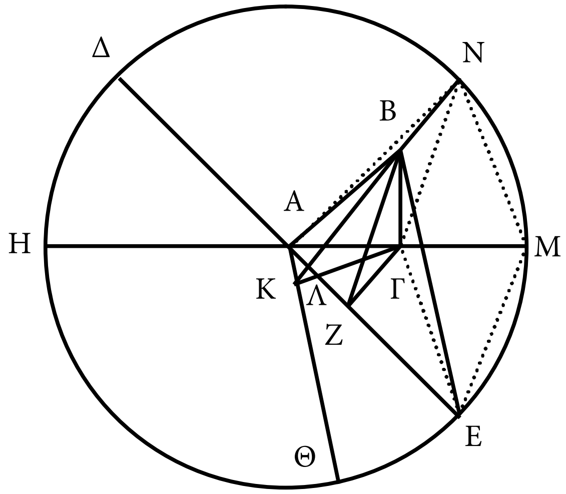


Л е м м а .

Пусть будет круг с центром в точке A, глаз в B, и из него на круг опущен отвес, который попадает не в центр A, но вне него, и это отвес BΓ, и из A в Γ проведена <прямая> AΓ, и из A в B проведена <прямая> AB. Я утверждаю, что из всех углов между прямыми, проведёнными через A, и прямой AB, наименьшим будет угол между ΓA, AB.

Проведём через A прямую ΔAE. Я утверждаю, что <угол> ΓAB меньше <угла> EAB. Опустим в плоскости круга из Γ на ΔE отвес ΓZ, и соединим BZ. И BZ будет отвесной к ΔE. И поскольку <угол> ΓZA — прямой, <угол> AΓZ будет меньше прямого. Ведь против большей стороны лежит больший угол, и AΓ больше AZ. Но <углы> между AΓ, ΓB и между BZ, ZA являются прямыми. Так что ΓB и BZ не равны между собой. И <угол> между ZA, AB больше <угла> между ΓA, AB. Аналогично доказывается, что всякий угол между прямой, проходящей через A, и прямой AB меньше <угла> между ΓA, AB.

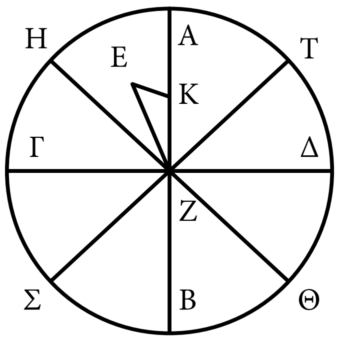
И ясно также, что если через A проведена другая прямая AΘ, лежащая от AΓ дальше, чем AZ, <угол> BAΘ будет больше <угла> BAZ. Опять опустим на AΘ отвес ΓK, и схожим образом опустим отвес BK на AΘ. И поскольку AΛ больше AK (ведь <угол> AKΛ является прямым), тем более AZ больше AK. И <углы> BZA, BKA являются прямыми. И вот BZ будет меньше BK, потому что равны <угол> BZ, ZA и <угол> BK, KA напротив BA; и наоборот, <угол> BAK больше <угла> BAZ. И из всех углов, которые BA образует с прямыми, проходящими через A, наибольшим будет <угол> BAH, когда ΓA продолжается до H, и наименьшим из всех будет <угол> BAΓ. И равными будут линии, равноудалённые с каждой <стороны> MA, которая охватывает наименьший угол с BA. Отложим MN, равную EM, и соединим EM, MN, EΓ, ΓN, BE, BN, AN. И вот будут равными MN и ME, и будет общая <сторона> MΓ, и они охватывают равные углы, так что равны EΓ и ΓN. И общий перпендикуляр будет ΓB. И равны EB и BN. Так что равны EA и AN: ведь AB — общая <сторона>. И углы EAB и NAB будут равными.

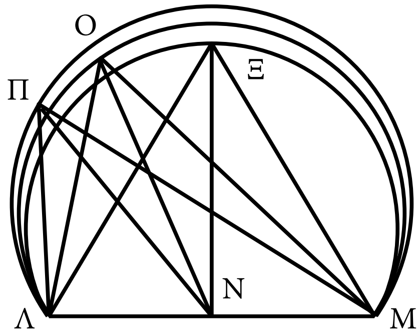


И пусть теперь будет круг ΑΒΓΔ с центром Z, и прямые, проведённые в нём через Α, Β, Γ, Δ, пересекаются под прямым углом, глаз же будет Ε, и от него проведена прямая к центру под прямым углом к ΓΔ, а с ΑΒ она охватывает произвольный угол; и пусть EZ будет больше радиусов круга. Я утверждаю, что диаметры ΑΒ и ΓΔ выглядят неравными, и большим будет <казаться> ΓΔ, а меньшим ΑΒ; и всегда ближний диаметр будет выглядеть меньше дальнего, и равными будут выглядеть только те два диаметра, которые равно лежат по обе стороны от меньшего.

И вот ΓΔ перпендикулярна к каждой из <прямых> ΑΒ, EZ, и всякая проходящая через ΓΔ плоскость образует прямой угол с плоскостью, проходящей через ΑΒ, EZ, но такова лежащая внизу плоскость круга, ведь в ней лежит ΓΔ. Опустим из точки Ε отвес на лежащую внизу плоскость. Он падает на <линию> пересечения плоскостей ΑΒ. Пусть он будет ΕΚ. Проведём <прямую> ΛΜ, равную диаметру круга, и разделим её пополам в точке Ν, и восставим в Ν под прямым углом к ΛΜ прямую ΝΞ, и пусть ΝΞ равна EZ. Сегмент круга, построенный на ΛΜ и проходящий через Ξ, больше полукруга, поскольку ΝΞ больше каждой из ΛΝ, ΝΜ. Это сегмент ΛΞΜ, и соединены ΞΛ, ΞΜ. И угол при Ξ, охваченный прямыми ΛΞ, ΞΜ, равен <углу> при точке Ε, охваченному прямыми, <идущими> из Ε к Γ, Δ. Построим на прямой ΛΝ в точке Ν <угол> между ΛΝ, ΝΟ, равный <углу> между ΗΖ, ΖΕ, и отложим <прямую> ΝΟ, равную EZ, и соединим ΛΟ, ΟΜ, и опишем около треугольника ΛΟΜ сегмент ΛΟΜ. И угол при точке Ο равен <углу> ΗΕΘ при Ε. Пристроим к прямой ΛΝ в той же точке Ν <угол> между ΛΝ, ΝΠ, равный углу ΑΖΕ, и отложим <прямую> ΝΠ, равную EZ, и соединим ΛΠ, ΠΜ, и опишем около треугольника ΛΠΜ сегмент круга ΛΠΜ. И угол при точке Π равен углу ΑΕΒ. И вот <угол> при Ξ больше <угла> при Ο, но <угол> при точке Ξ равен <углу> ΓΕΔ, а <угол> при Ο равен <углу> ΗΕΘ, так что ΓΔ выглядит большей, чем ΗΘ. И опять, угол при точке Ο равен <углу> ΗΕΘ, и <угол> при Π равен <углу> ΑΕΒ, но <угол> при Ο больше <угла> при Π, так что <угол> ΗΕΘ больше <угла> ΑΕΒ; так что ΗΘ выглядит большей, чем ΑΒ. И вот из всех прямых, проходящих через Z и образующих углы с EZ, наибольшей будет выглядеть ΓΔ, наименьшей же ΑΒ, поскольку наибольшим углом с вершиной E будет угол ΓEΔ, наименьшим же AEB. И только один угол TEΣ будет равен углу HEΘ, когда мы отложим AT, равную HA, и соединим TZ, и продолжим её до Σ. Это ясно из углов с вершинами Ξ, O, Π.

Ведь наименьший из них — <с вершиной> Π, и <угол> ΠNΛ равен наименьшему углу EZA, наибольший же — <с вершиной> Ξ, поскольку NΞ является перпендикуляром, то есть наибольшей из прямых, проведённых через N в секторе ΛΞM, и поскольку сегмент ΛΞM разделён на равные половины, и поскольку Ξ — самая внутренняя <точка>, и Π — самая наружная, тем самым нет угла меньше, чем ΠNΛ. А <угол> EZT равен <углу> EZH, как было доказано, и смежный <угол> EZΣ равен <углу> EZΘ, ведь оба они равны <углу> ONM. И оба <угла> TEΣ, HEΘ равны <углу> с <вершиной> O. А потому HΘ и TΣ выглядят равными.

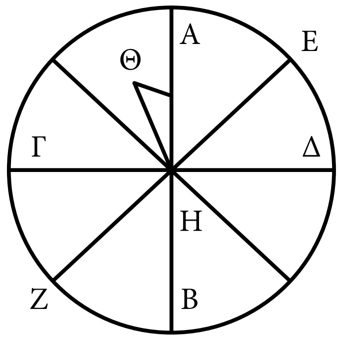


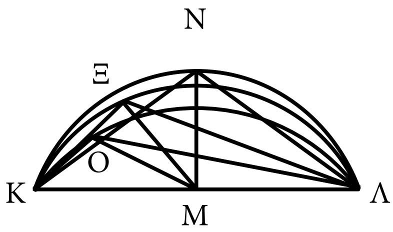


И пусть <прямая>, проведённая от глаза к центру, будет меньше радиусов. Теперь с диаметрами всё будет наоборот: тот, который прежде казался большим, теперь будет казаться меньшим, а меньший — большим.

Пусть имеется круг ABΓΔ, и его диаметры AB, ΓΔ пересекаются под прямым углом, и ещё один диаметр EZ проведён произвольно, глаз же будет Θ, и соединяющая его с центром прямая HΘ меньше каждого из радиусов. Проведём прямую KΛ, равную диаметру круга, и разделим её пополам в M, и восставим из точки M перпендикуляр MN, равный ΘH, и опишем вокруг KΛ и точки N сегмент круга NKΛ. Он меньше полукруга, потому что MN меньше радиусов.m Угол при N между KN, ΛN равен <углу> при Θ между ΓΘ, ΘΔ. И опять, пусть <угол> KMΞ равен <углу> EHΘ, и отложим MΞ, равную HΘ, и опишем вокруг KΛ и точки Ξ сегмент KΞΛ.

И угол KΞΛ при точке Ξ равен <углу> ZΘE при Θ. Теперь построим <угол> между KM, MO, равный <углу> между AH, HΘ, и отложим MO, равную HΘ, и опишем сегмент вокруг KΛ и O. Угол KOΛ при O равен углу AΘB при Θ. И вот <угол> при O больше <угла> при Ξ, и <угол> при O равен <углу> AΘB при Θ, и <угол> при Ξ равен <углу> EΘZ при Θ, и AB выглядит большей, чем EZ. И опять, поскольку <угол> при Θ между EΘ, ΘZ больше угла при Θ между ΓΘΔ, то EZ выглядит большей, чем ΓΔ.

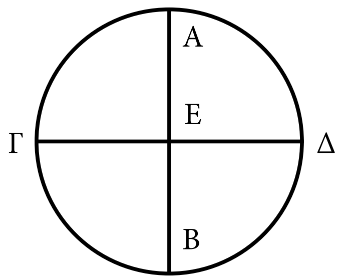




Предложение 36

Колёса колесницы иногда выглядят кругообразными, иногда приплюснутыми.[11]

Пусть будет колесо ΑΒΓΔ, и его диаметры ΒΑ, ΓΔ пересекаются под прямым углом в точке Ε, и глаз находится не в плоскости круга. И если <прямая>, проведённая от глаза к центру, перпендикулярна плоскости либо равна радиусам, то все диаметры выглядят равными, и тогда колесо выглядит кругообразным. Если же <прямая>, проведённая от глаза к центру, не перпендикулярна поверхности и не равна радиусам, диаметры выглядят неравными, но один будет наибольшим, другой наименьшим, а для всякого, который между наибольшим и наименьшим, только один будет казаться равным ему, а именно тот, который проведён по другую сторону; и колесо будет выглядеть приплюснутым.



Предложение 37

Имеется такое место,[12] *что если глаз неподвижен, а наблюдаемая <величина> перемещается <по нему>, она всегда выглядит одинаковой.*

Пусть глаз будет Α, наблюдаемая величина будет ΒΓ, и пусть к ней падают лучи ΑΒ, ΑΓ, и около <треугольника> ΑΒΓ описан круг ΑΒΓ. Я утверждаю, что это и есть такое место, что если глаз неподвижен, а наблюдаемая величина перемещается, она всегда выглядит одинаковой. Пусть она переместилась в ΔΓ, и ΑΒ равно ΑΔ. [13] И поскольку

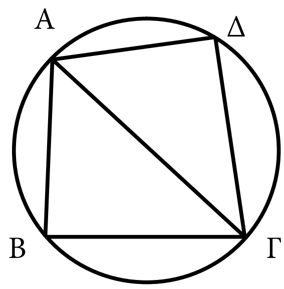
[11] Неожиданно «прикладная» формулировка предложения, в окружении других предложений, носящих заметно более геометрический и теоретический характер.

[12] Здесь речь идёт о так называемых «геометрических местах».

[13] Здесь рассматривается перемещение отрезка, концы которого лежат на окружности. Указанное равенство отрезков ΒΑ и ΑΔ является в доказательстве совершенно ненужным: когда отрезок переме-

ВА равна АΔ, и ВГ равна ГΔ, равными будут <углы> ВАГ и ΔАГ. Ведь они опираются на равные дуги. И тем самым наблюдаемая <величина> выглядит одинаковой.

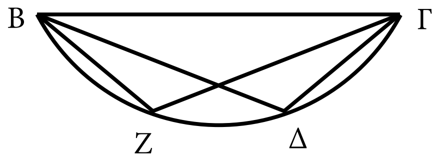
И то же самое будет, если глаз находится в центре круга, а наблюдаемая <величина> перемещается по окружности.



Предложение 38

Имеется некое место, что если глаз перемещается <по нему>, а наблюдаемая <величина> неподвижна, она всегда выглядит одинаковой.

Пусть наблюдаемая <величина> будет ВГ, глаз будет Z, от него проведены лучи ZB, ZГ, и вокруг треугольника BZГ описан сектор круга BZГ, и глаз Z переместился в Δ, и теперь падают лучи ΔВ, ΔГ. Углы при Δ и Z равны, как <вписанные> в один сектор. Но видимое под равными углами выглядит равным [пост. 4]. Так что ВГ отовсюду выглядит одинаковой, когда глаз перемещается по дуге ВΔГ.



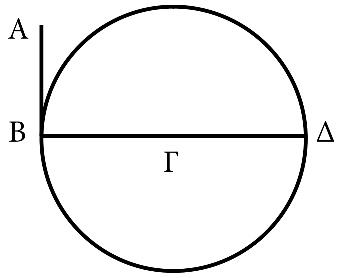
Предложение 39

Если некая величина установлена под прямыми углами к лежащей внизу плоскости, и глаз находится в какой-то точке плоскости, и наблюдаемая <величина> перемещается по окружности с центром в глазу, то она всегда будет выглядеть одинаковой и параллельной своему начальному положению.

Пусть некая наблюдаемая величина АВ установлена под прямыми углами к плоскости, и глаз находится в Г. Соединим ГВ, и опишем круг ВΔ с центром Г и раствором ГВ. Я утверждаю, что когда величина АВ перемещается по окружности этого круга, глазу Г она видна равной АВ. Ведь АВ установлена прямо и образует с ВГ прямые углы, так что все прямые, падающие на окружность из центра Г, образуют равные углы. И эта величина выглядит одинаковой.

щается вдоль окружности, опирающийся на него угол с фиксированной вершиной на этой окружности всегда остаётся тем же самым.

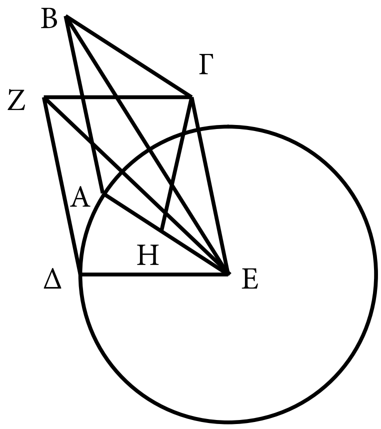
И если в центре Γ установлена прямая под прямыми углами, и глаз находится на ней, а наблюдаемая величина перемещается по окружности, оставаясь параллельной этой прямой, она всегда будет выглядеть одинаковой.



Предложение 40

Если наблюдаемая <величина> установлена не под прямыми углами к лежащей внизу плоскости, и, будучи равной радиусу, она перемещается по дуге окружности, оставаясь параллельной своему начальному положению, она иногда будет выглядеть равной себе, иногда не равной.

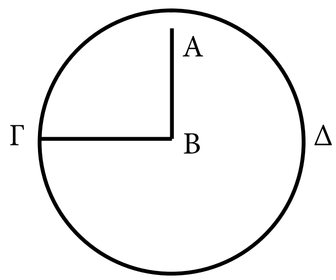
Пусть будет круг AΔ, и на его окружности отмечена точка Δ, и в ней не перпендикулярно к кругу установлена прямая ΔZ, равная радиусу; глаз же будет в E. Я утверждаю, что ΔZ, при перемещении её по дуге окружности, видна иногда равной себе, иногда большей, иногда меньшей. Проведём из E, то есть из центра, <прямую> ΓE, параллельную ΔZ, и пусть равны ΔZ и EΓ. И опустим из точки Γ на лежащую внизу плоскость отвес ΓH, который встретится с плоскостью в точке H. Соединим EH и продолжим её до встречи с окружностью в точке A, и проведём через A <прямую> AB, параллельную ΓE, и пусть AB и ΔZ будут равны. Я утверждаю, что AB будет кратчайшей из всех прямых, получившихся при обходе окружности круга. Пусть соединены прямые EΔ, ΓZ, ΓB, EB, ZE. И вот ΓE и AB параллельны и равны, и также EA и ΓB равны и параллельны. Тем самым AEΓB — параллелограмм. Точно так же и EΔZΓ — параллелограмм. Осталось доказать, что один и тот же <предмет> может казаться и меньше, и больше. Ясно, что угол ΓEA меньше <угла> ΓEΔ, ибо доказано, что для всех прямых, проходящих через центр и образующих угол, наименьшим будет <угол> ΓEA [лемма к пред. 35]. Тек что он меньше <угла> ΓEΔ. И <угол> ΓEA составляет половину <угла> BEA: ведь BE — равносторонний параллелограмм. То же и для <углов> ΓEΔ и ZEΔ: ведь ZE — тоже равносторонний параллелограмм. Поэтому <угол> BEA меньше <угла> ZEΔ. Тем самым величина AB выглядит меньше величины ΔZ. И ясно в силу выставленной выше леммы, что наименьшей она будет казаться в A, наибольшей — в точке, диаметрально противоположной A, и она будет выглядеть равной по обе равные стороны от точки A.



Предложение 41

Если наблюдаемая <величина> установлена под прямыми углами к лежащей внизу плоскости, и глаз перемещается по окружности круга, центр которого находится в той точке, где она встречается с плоскостью, то она всегда будет выглядеть одинаковой.

Пусть наблюдаемая величина AB установлена под прямыми углами к лежащей внизу плоскости, и глаз будет Γ. Опишем окружность ΓΔ с центром B и радиусом BΓ. Я утверждаю, что при перемещении Γ по окружности круга <величина> AB всегда будет выглядеть одинаковой. И это ясно. Ведь все лучи, падающие из точки Γ к AB, падают под равными углами, поскольку углы при B являются прямыми. Так что она наблюдаемая <величина> будет выглядеть одинаковой.

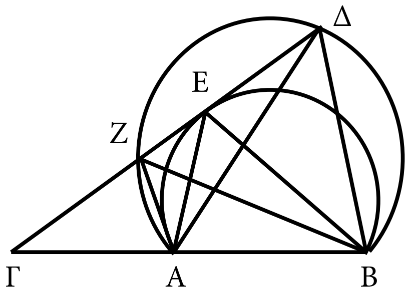


Предложение 42

Если наблюдаемая <величина> неподвижна, и глаз перемещается по прямой линии, наклонной к наблюдаемой величине, то наблюдаемая <величина> иногда видна равной, иногда неравной.

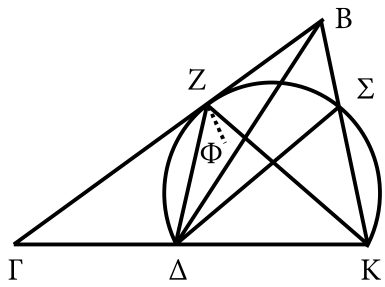
Пусть наблюдаемая <величина> будет AB, глаз E находится на наклонной прямой ΓΔ, и BA продолжена по прямой ΓA до встречи с ΔΓ в Γ, и по ней перемещается глаз. Я утверждаю, что AB иногда видна равной, иногда неравной. Пусть ΓE будет средней пропорциональной между BΓ, ΓA, и глаз находится в E, и он перемещается по этой прямой в Δ.

Я утверждаю, что из Е и Δ наблюдаемая <величина> видна неравной. Соединим прямые АЕ, ЕВ, АΔ, ВΔ, и опишем около треугольника АЕВ сегмент АЕВ, и пусть угол между ΓΔ, ΔВ будет равен углу между ΓА, АZ, и проведена <прямая> ВZ. Точки В, А, Z, Δ лежат на круге. И вот угол АЕВ больше <угла> АZВ, а <угол> АZВ равен <углу> между АΔ, ΔВ, поскольку они <вписаны> в один и тот же сегмент, и <угол> АЕВ больше <угла> АΔВ. Но АВ видна под <углом> АΔВ, когда глаз находится в Δ, и АВ видна под <углом> АЕВ, когда глаз находится в Е. Так что видимая <величина> выглядит неравной при перемещении глаза по прямой ЕΔ. И ясно, что она выглядит неравной и при перемещении глаза по ЕΓ, и она <выглядит> больше всего, когда глаз находится в Е, и всегда тем больше, чем ближе <глаз> находится к Е на лежащих по обе стороны прямых ЕΔ, ЕΓ, и она будет <выглядеть> равной в Z и Δ, и схожим образом, когда углы взяты на одном сегменте.



Иначе.

Пусть будет наблюдаемая <величина> КΔ, и прямая ВΓ встречается с КΔ при её продолжении. Возьмём ΓZ средним пропорциональным между ΓΔ и ΓК, и соединим ZК и ZΔ, и построим на КΔ сегмент, содержащий <угол> КZΔ. Он касается прямой ВΓ, поскольку КΓ так относится к ΓZ, как ΓZ к ΓΔ. Поместим глаз в точку В, и соединим ΔВ, ВК. Соединим также ΣΔ. И вот угол Φ[14] равен углу Σ. Ведь они <вписаны> в один сегмент. И угол Σ больше угла В. И также угол Φ больше угла В. Так что глаз, находящийся в Z, видит КΔ большей, чем находясь в В.

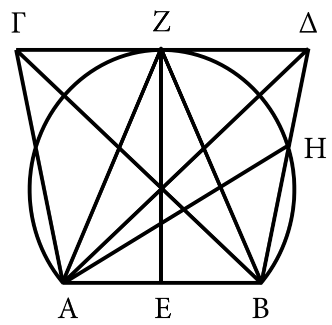


[14] Новое обозначение для угла ΔZK.

Предложение 43

И то же самое получится, если прямая линия параллельна наблюдаемой величине.

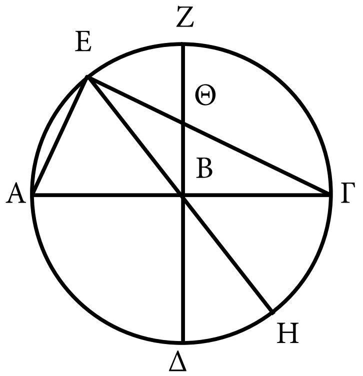
Пусть будет наблюдаемая величина AB, и она рассечена пополам в точке E, и из E к AB под прямым углом восставлена EZ, так что глаз находится в Z, и соединены прямые ZA, ZB, и вокруг треугольника AZB описан сегмент AZB, и через Z параллельно AB проведена <прямая> ZΔ, и глаз перемещается в Δ, и падают лучи AΔ, ΔB. Я утверждаю, что <AB> неравно видна из Δ, Z. Проведём <прямую> AH. И вот равны углы AZB и AHB, но <угол> AZB больше <угла> AΔB. И <величина> AB виден под <углом> AZB, когда глаз находится в Z, и схожим образом под <углом> AΔB, когда глаз находится в Δ. Так что видимая <величина> выглядит неравной из Δ, Z. И когда приложим к ΔZ равную прямую ZΓ, она будет выглядеть из Γ меньшей, чем из Z, а из Γ, Δ — равной.



Предложение 44

Имеются такие места, что если глаз перемещается по ним, равные величины, соединённые в общем месте, с одних <мест> выглядят равными, с других же неравными.

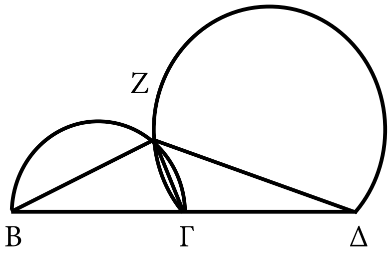
Пусть будет глаз Θ, и будут величины AB, BΓ. Восставим из B <прямую> BZ под прямым углом и продолжим её с другой стороны до Δ. Ясно, что когда глаз находится в части ZΔ, <величины> AB и BΓ выглядят равными. Пусть глаз переместился в <точку> E. Я утверждаю, что из E они выглядят неравными. Пусть падают лучи AE, EB, EΓ; опишем около треугольника AΓE круг AEΔΓ, и продолжим EB на BH. И поскольку дуга AΔ равна дуге ΔΓ, дуга AΔH будет больше дуги HΓ, и тем самым AB выглядит больше BΓ. И если <глаз> перемещается по EH, <эти величины> схожим образом будут выглядеть неравными; и если он помещён на части круга вне перпендикуляра, они тоже выглядят неравными; и если он находится снаружи круга не на прямой ΔZ, они тоже выглядят неравными.



И н а ч е.

Пусть будут равные <величины> ВГ и ГΔ, и около ВГ описан полукруг BZГ, а около ГΔ описан <сегмент> ГZΔ, больший полукруга. И ясно, что он пересекается с вышеупомянутым полукругом. Ведь возможно построить на ГΔ сегмент, больший полукруга. Ведь если взять некоторый острый угол, мы можем построить на ГΔ сегмент круга, вмещающий угол, равный этому острому углу, согласно 33 предложению III книги о плоских <фигурах>, и этот <сегмент> будет больше полукруга, согласно 31 предложению III книги о плоских <фигурах>.[15] Соединим BZ, ZГ, ZΔ. И угол в полукруге больше угла в сегменте, большем <полукруга>. Но видимые под большими углами выглядят большими [пост. 4]; поэтому ВГ выглядит больше ГΔ.

И равными тоже. Пусть будут <соединёнными в> общем месте, и глаз расположен так, что равные выглядят неравными. Выглядят равными, когда …[16]



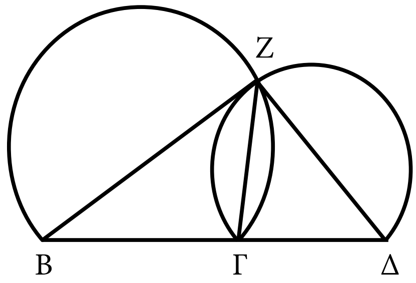
Предложение 45

Имеется некое общее место, с которого неравные величины выглядят равными.

Пусть будет ВГ больше ГΔ, и около ВГ описан сегмент, больший полукруга, и около ГΔ — подобный тому, что около ВГ, чтобы вписанный угол был равен BZГ. И эти сегменты пересекаются между собой. Они пересекаются в Z, и проведены ZB, ZГ, ZΔ. И поскольку <вписанные> углы в подобных сегментах равны между собой, <вписанные> углы в сегментах BZГ и ГZΔ будут равны между собой. Но видимые под равны-

[15] Единственное предложение *Оптики*, в котором имеются прямые ссылки на *Начала*.
[16] Испорченный текст.

ми углами выглядят равными [пост. 4]. И если поместить глаз в точку Z, BΓ будет выглядеть равным ΓΔ. А она больше. Так что имеется общее место, с которого неравные величины выглядят равными.[17]



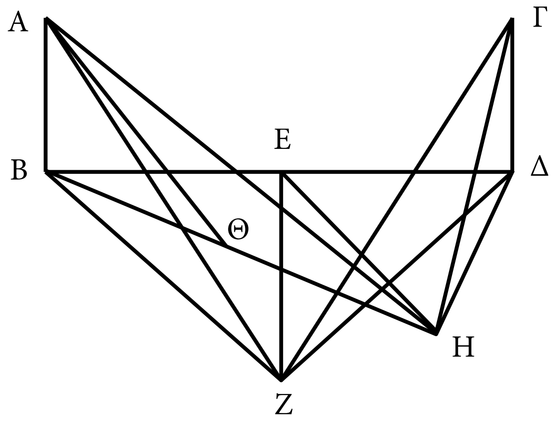
Предложение 46

Имеются такие места, что при перемещении по ним глаза равные величины, восставленные под прямыми углами к лежащей внизу плоскости, иногда выглядят равными, иногда неравными.

Пусть будут равные величины AB, ΓΔ под прямыми углами к лежащей внизу плоскости. Я утверждаю, что есть такое место, что для находящегося на нём глаза AB, ΓΔ выглядят равными. Проведём от B к Δ <прямую> BΔ, и разделим её пополам в точке E, и проведём из E под прямым углом к ΔB <прямую> EZ. Я утверждаю, что если глаз находится на EZ, то AB, ΓΔ выглядят равными. Поместим на EZ глаз Z, и пусть падают лучи AZ, ZB, ZE, ZΔ, ZΓ. И равны прямые ZB и ZΔ. Но AB и ΓΔ равны по предположению. Так что две <стороны> AB, BZ равны двум <сторонам> ΓΔ, ΔZ. И углы между ними прямые. Так что равны и <углы> BZA и ΔZΓ. И вот AB, ΓΔ выглядят равными.

И я утверждаю, что они выглядят и неравными. Передвинем глаз в H и проведём HE, и пусть падают лучи HB, HA, HΓ, HΔ. Вот HB больше HΔ. Отложим на HB <отрезок> BΘ, равный HΔ, и соединим AΘ. И будут равны углы BΘA и ΓHΔ. Но <угол> BΘA больше <угла> BHA, как внешний и внутренний. И <угол> ΓHΔ больше <угла> BHA. Так что ΓΔ выглядит большей, чем AB.

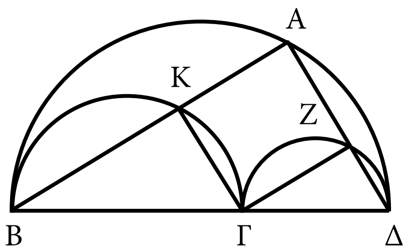
[17] Это общее место является гиперболой, однако в *Оптике* этот факт не доказывается.



Предложение 47

Имеются такие места, что при нахождении там глаза составленные вместе неравные величины будут казаться равными каждой неравной <величине> по отдельности.

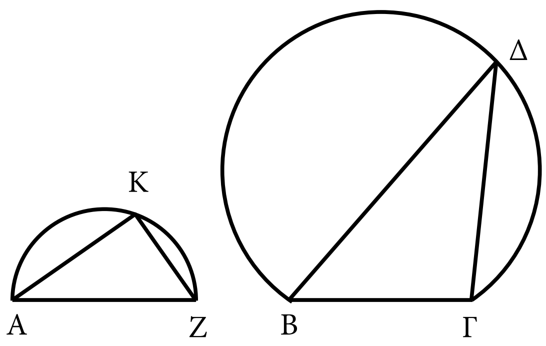
Пусть ВГ больше ГΔ, и построены полукруги на ВГ, ГΔ, и на целой ВΔ. И углы в полукругах ВАΔ и ВКГ равны, поскольку каждый из них является прямым. Поэтому ВГ и ВΔ выглядят равными. Но точно так же и ВΔ, ГΔ для глаз, лежащих на полукругах ВАΔ, ГZΔ. Так что имеются такие места, что находящемуся там глазу составленные вместе неравные величины будут казаться равными каждой неравной <величине> по отдельности.



Предложение 48

Найти такие места, на которых равные величины выглядят в половину или в четвёртую часть одна от другой, и в общем виде, чтобы углы делились в заданном отношении.

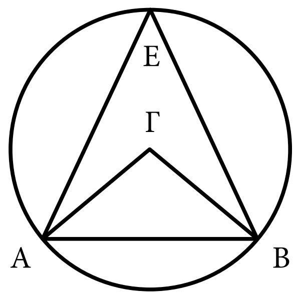
Пусть будут равные АZ и ВГ, и около АZ опишем полукруг, и впишем в него прямой угол <с вершиной> К. И вот ВГ равна АZ, и около ВГ опишем сегмент, чтобы вписанный в него угол составлял половину К. Тогда угол К есть удвоенный в сравнении с углом Δ. И поэтому <величина> АZ будет выглядеть удвоенной в сравнении с <величиной> ВГ для глаз, лежащих на дугах АКZ, ВΔГ.



Предложение 49

Пусть видимая величина будет АВ. Я утверждаю, что для АВ имеются такие места, что для находящегося там глаза она будет выглядеть в половину или в четверть от целого, и в общем виде, в заданном отношении.

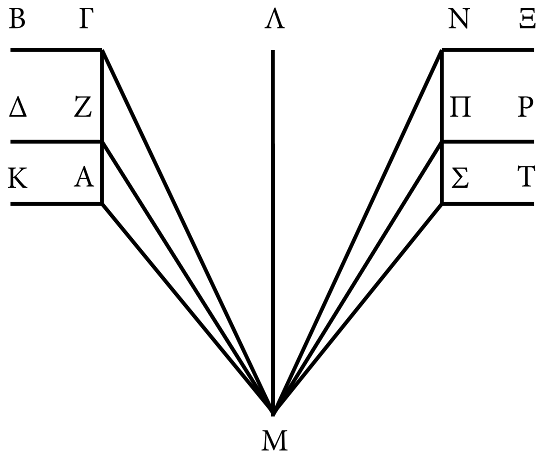
Опишем около АВ круг АЕВ так, чтобы АВ не была диаметром, и отметим центр круга Г, в котором находится глаз, и проведём прямые АГ, ГВ. И вот АВ видна под <углом> АГВ. Поместим глаз на окружность круга в Е, и пусть падают лучи ЕА, ЕВ. Угол АГВ вдвое больше <угла> АЕВ, и <величина> АВ выглядит удвоенной из Г по сравнению с Е. Схожим образом видна и четвёртая часть, когда угол составляет четверть от угла, и в заданном отношении.



Предложение 50

Когда <предметы>, движущиеся с равными скоростями, концы которых находятся на одной прямой под прямым углом к ней, приближаются к прямой, проведённой из точки глаза параллельно к упомянутой прямой, самый дальний к глазу <предмет> кажется опережающим самый ближний, но когда они пройдут её, передний станет < казаться> задним, а задний — передним.

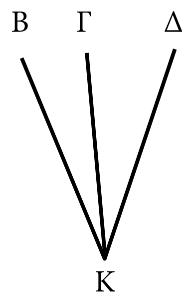
Пусть с равными скоростями движутся ВГ, ΔZ, КА, проведенные под прямым углом к одной прямой ГА, так что на ней находятся их концы Г, Z, А, и из глаза М параллельно ГА проведём <прямую> МΛ, и соединим МГ, МZ, МА. И вот идущим впереди кажется ВГ, а идущим сзади — КА, поскольку проведённый из глаза к Г луч МГ кажется уклоняющимся более остальных лучей. Так что МГ кажется идущим впереди, как сказано. И вот ВГ, ΔZ, КА сдвинутся в NΞ, ПР, ΣТ и произведут падающие лучи MN, МΠ, МΣ. Теперь NΞ кажется сдвинутым к N, поскольку луч MN отклоняется к N более остальных лучей; и ΣT сдвигается к T, поскольку МΣ сдвинулся к T более остальных лучей. И опережающий <предмет> ВΓ, перейдя в NΞ, стал отстающим; а отстающий АК, перейдя в ΣT, стал опережающим.



Предложение 51

Если некие <предметы> движутся с неравными скоростями, и вместе с ними движется глаз, то имеющие равную скорость с глазом кажутся неподвижными, более медленные кажутся движущимися назад, а более быстрые — уходящими вперёд.

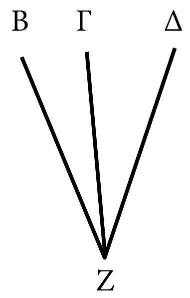
Пусть движутся с неравными скоростями B, Γ, Δ, и B движется медленнее всех, Γ движется с той же скоростью, что и глаз K, а Δ быстрее Γ. И пусть от глаза K падают лучи KB, KΓ, KΔ. Так что Γ, переносимый вместе с глазом, кажется неподвижным, B отстаёт и кажется движущимся назад, а Δ, движущийся быстрее остальных, кажется уходящим вперёд; и расстояние межу ними увеличивается.



Предложение 52

Когда среди движущихся предметов какой-то один не движется, кажется, что не движущийся предмет движется в обратную сторону.

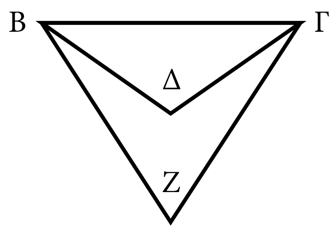
Пусть движутся В, Δ, стоит на месте Г, и от глаза Z падают лучи ZB, ZГ, ZΔ. И вот В приближается к Г, а Δ удаляется от него; и кажется, что Г движется в обратную сторону.



Предложение 53

Когда глаз приближается к видимому <предмету>, этот <предмет> кажется растущим.

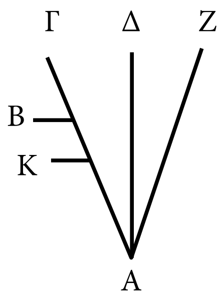
Пусть глаз находится в Z, и мы смотрим на ВГ под лучами ZB, ZГ, и глаз перемещается ближе в Δ, и оттуда тот же <предмет> виден под лучами ΔB, ΔГ. Угол Δ больше угла Z, но предметы, которые видны под большим углом, выглядят большими [пред. 4]. Так что ВГ кажется больше, тогда глаз находится в Δ, нежели в Z.



Предложение 54

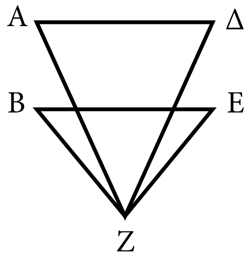
Когда <предметы> движутся с равными скоростями, более удалённые кажутся более медленными.

Пусть с равными скоростями движутся В, К, и из глаза А проведены лучи АГ, АΔ, AZ. И для В лучи из глаза разошлись сильнее, чем для К. Потому ему надо пройти большее расстояние, чтобы перейти к лучу зрения AZ, так что он кажется более медленным.



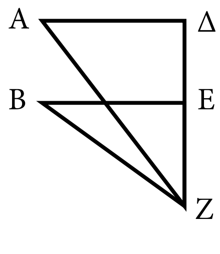
Дополнение.

Пусть две точки A, B движутся по параллельным прямым, и пусть глаз будет Z, и проведём лучи ZA, ZB, ZE, ZΔ. Я утверждаю, что передняя <точка> A кажется движущейся медленней, чем B. Ведь угол между AZ, ZΔ меньше охватывающего угла ZB, ZE, так что BE выглядит большим, чем AΔ. Ведь если луч ZE продолжить по прямой, при движении с такой же скоростью B достигнет луча ZE <…>[18] позднее, чем предмет, движущийся с такой же скоростью, так что более удалённые предметы кажутся более медленными.



Дополнение.

Пусть две точки A, B движутся по параллельным прямым AΔ, BE совместно (ὁμαλῶς), то есть проходя равные <расстояния> за равные времена. И вот равные <расстояния> AΔ, BE, и из глаза Z падают лучи ZA, ZΔ, ZB, ZE. И поскольку угол AZΔ меньше угла BZE, расстояние AΔ выглядит меньшим, чем BE. Так что кажется, что A движется медленнее.

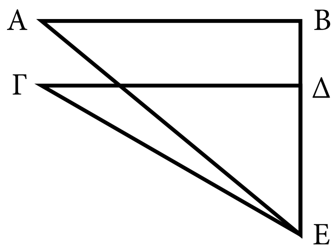


[18] Текст в этом месте испорчен, ведь B достигает луча ZE скорее, чем A.

Предложение 55

Если глаз неподвижен, а зрительные лучи перемещаются, более далёкий из видимых <предметов> кажется более медленным.

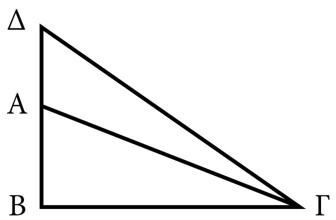
Пусть видимые <предметы> А, Г находятся на прямых АВ, ГΔ, глаз же будет Е, и падают лучи ЕГ, ЕΔ, ЕА, ЕВ. Я утверждаю, что <луч от> А кажется отстающим. Продолжим ЕΔ до встречи с АВ, и это будет ЕВ. И поскольку угол ГЕВ больше <угла> АЕВ, расстояние ГΔ видится большим, чем АВ. Так что если глаз пребывает в Е, зрительные лучи от частей А, Г перемещаются для А быстрее, чем для Г. Поэтому АВ кажется более медленным.



Предложение 56

Растущая величина кажется приближающейся к глазу.

Пусть видимая величина будет АВ, глаз будет Г, и падают лучи ГА, ГВ. И пусть ВА увеличится и станет ВΔ, и упадёт луч ГΔ. И вот угол ВГΔ больше <угла> ВГА, так что ВΔ выглядит большим, чем ВА. Но то, что сделалось больше, кажется растущим, и близкое к глазу выглядит меньшим.[19] Так что растущая величина кажется приближающейся к глазу.

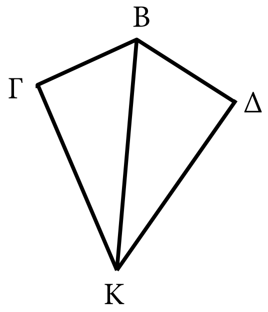


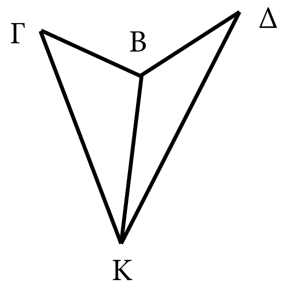
Предложение 57

Когда края находятся на одном расстоянии, и середина лежит не на одной с ними прямой, вся фигура иногда представляется вогнутой, а иногда выпуклой.

Пусть мы видим ГВΔ и глаз лежит в К, и падают лучи КГ, КВ, КΔ. И вот целая фигура представляется вогнутой. Переместим середину, чтобы она была ближе к глазу. И теперь ΔВГ представляется выпуклой.

[19] Непонятная фраза.

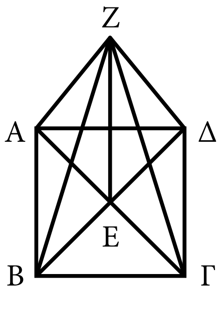




Предложение 58

Если из <точки> встречи диагоналей квадрата восставлена прямая под прямыми углами, и на ней находится глаз, стороны квадрата выглядят равными, и диагонали тоже выглядят равными.

Пусть будет квадрат ABГΔ, и в нём проведены диагонали ΔB, ГA. Восставим под прямыми углами к E вверх от плоскости прямую EZ и поместим глаз в Z, и пусть падают лучи ZA, ZB, ZΔ, ZГ. И вот равны ΔE и EГ, а <сторона> EZ общая, и углы <ZEГ и ZEΔ> прямые, и гипотенуза ZГ равна гипотенузе ΔZ, и противолежащие равным сторонам углы при гипотенузах равны. Так что <угол> EZГ равен <углу> EZΔ. И поэтому выглядят равными EГ и EΔ. Схожим образом <угол> AZE равен <углу> BZE. И поэтому выглядят равными AГ и BΔ. Теперь, поскольку ГZ равна ZB, и AZ равна ZΔ, и также AB равна ГΔ, и тем самым три <стороны> равны трём <сторонам>, то и углы равны углам. Поэтому выглядят равными сторона стороне, и остальные стороны тоже выглядят равными.



Но если <прямая> от глаза к <точке> встречи диагоналей идёт не под прямыми углами к плоскости, и она не равна каждой из сходящихся из углов квадрата, и не равны углы, которые она образует с ними, то диагонали выглядят неравными. И это доказывается так же, как доказывалось для кругов.