ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ 4
от 28 ноября 2023 г.

1. а) изложить метод Ферма квадратуры кривой, заданной уравнением
$$y = x^3.$$
б) применить метод Ферма определения экстремумов для функции
$$y = x^3 + 6x^2 + 9x + 5.$$

2. Объяснить, что делает Эйлер в следующем отрывке:

$$(\cos z \pm \sqrt{-1} \cdot \sin z)^n = \cos nz \pm \sqrt{-1} \cdot \sin nz.$$

Отсюда, ввиду двойных знаков, получаем

$$\cos nz = \frac{(\cos z + \sqrt{-1} \cdot \sin z)^n + (\cos z - \sqrt{-1} \cdot \sin z)^n}{2}$$

и

$$\sin nz = \frac{(\cos z + \sqrt{-1} \cdot \sin z)^n - (\cos z - \sqrt{-1} \cdot \sin z)^n}{2\sqrt{-1}}.$$

Таким образом, если эти двучлены развернуть в ряды, то будет

$$\cos nz = (\cos z)^n - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (\cos z)^{n-2} (\sin z)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \times$$
$$\times (\cos z)^{n-4} (\sin z)^4 - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} (\cos z)^{n-6} (\sin z)^6 + \text{и т. д.}$$

и

$$\sin nz = \frac{n}{1} (\cos z)^{n-1} \sin z - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} (\cos z)^{n-3} (\sin z)^3 +$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} (\cos z)^{n-5} (\sin z)^5 - \text{ и т. д.}$$

134. Пусть z — бесконечно малая дуга; тогда $\sin z = z$ и $\cos z = 1$; пусть, кроме того, число n будет бесконечно велико, дабы дуга nz была конечной величины. Положим $nz = v$; так как $\sin z = z = \frac{v}{n}$, то будет

$$\cos v = 1 - \frac{v^2}{1 \cdot 2} + \frac{v^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{v^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \text{ и т. д.}$$

и

$$\sin v = v - \frac{v^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{v^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{v^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \text{ и т. д.}$$