Домашнее задание 2

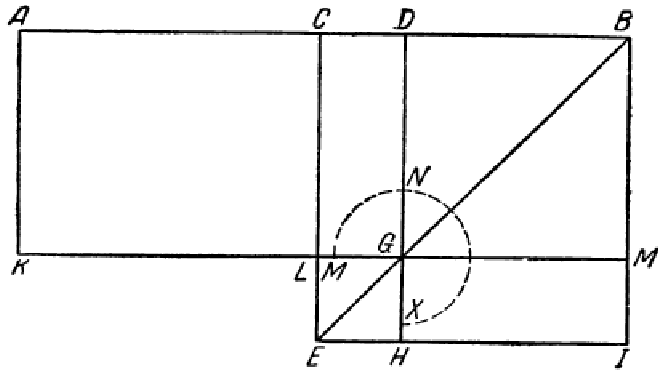
1. Перевести на современный математический язык утверждение из следующего предложения второй книги «Начал» Евклида и кратко изложить доказательство, которое он дает.

Предложение 5

Если прямая линия рассечена на равные и неравные ⟨отрезки⟩, то прямоугольник, заключённый между неравными ⟨отрезками⟩ всей прямой, вместе с квадратом на отрезке между сечениями равен квадрату на половине.

В самом деле, пусть какая-либо прямая AB рассечена на равные части в C, на неравные же в D; я утверждаю, что прямоугольник, заключённый между AD и DB вместе с квадратом на CD, равен квадрату на CB (черт. 5).

Действительно, надстроим на CB квадрат $CEIB$, соединим BE и через D параллельную каждой из CE, BI про-



Черт. 5.

ведём DH, через же G — параллельную каждой из AB, EI, далее проведём KM (предложения 30, 31 книги I) и далее через A параллельную каждой из CL, BM проведём AK. И поскольку «дополнение» CG равно «дополнению» GI (предложение 43 книги I), прибавляем общую DM; значит, вся CM равна всей DI. Но CM равна AL, поскольку и AC равна CB; и значит, AL равна DI. Прибавим общую CG; значит, вся AG равна гномону MNX. Но AG прямоугольник между AD и DB, ибо DG равна DB; и значит, гномон MNX равен прямоугольнику между AD и DB. Прибавим общий LH, который равен квадрату на CD; значит, гномон MNX и LH ⟨вместе⟩ равны прямоугольнику, заключённому между AD, DB и квадрату на CD. Но гномон MNX и LH в целом квадрат $CEIB$, который на CB; значит, прямоугольник, заключённый между AD, DB ⟨вместе⟩ с квадратом на CD, равен квадрату на CB.

Значит, если прямая линия рассечена на равные и неравные ⟨отрезки⟩, то прямоугольник, заключённый между неравными ⟨отрезками⟩ вместе с квадратом на отрезке между сечениями, равен квадрату на половине, что и требовалось доказать (9, 10).

2. Объяснить решение Архимеда задачи трисекции угла: