

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
И. о. декана механико-математического
факультета МГУ

_____ /В. Н. Чубариков /

«__» _____ 2018 г.
М.П.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:	Спектральная геометрия
Уровень высшего образования:	Специалитет
Направление подготовки / специальность:	01.05.01 «Фундаментальные математика и механика»
Направленность (профиль)/специализация ОПОП:	Специализация «Фундаментальная математика»
Форма обучения:	Очная
Язык преподавания:	Русский
Автор (авторы) программы:	Пенской Алексей Викторович, доцент, д.ф.-м.н.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
На заседании кафедры высшей геометрии и топологии

Москва 2018

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности «Фундаментальные математика и механика» (программы специалитета) от 22 июля 2011 года № 729 (в редакции приказов МГУ от 22 ноября 2011 года № 1066, от 21 декабря 2011 года № 1228, от 30 декабря 2011 года № 1289, от 30 июня 2016 года № 746).

Содержимое

1.	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	3
2.	Объем дисциплины	3
3.	Формат обучения	3
4.	Преподаватели	3
5.	Входные требования для освоения дисциплины.....	3
6.	Результаты обучения по дисциплине	3
7.	Содержание дисциплины.....	5
8.	Ресурсное обеспечение	6
8.1.	Список основной литературы.....	6
8.2.	Список дополнительной литературы (при наличии)	6
8.3.	Список программного обеспечения	6
8.4.	Список баз данных и информационных справочных систем.....	7
8.5.	Список ресурсов сети «Интернет».....	7
8.6.	Материально-техническое обеспечение	7
9.	Фонд оценочных средств.....	7
9.1.	Текущий контроль успеваемости.....	7
9.2.	Промежуточная аттестация	7

1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Относится к вариативной части.

2. Объем дисциплины

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 36 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 72 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

3. Формат обучения

Очный с применением электронного обучения.

4. Преподаватели

Дисциплину ведут преподаватели кафедры высшей геометрии и топологии.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Отсутствуют.

6. Результаты обучения по дисциплине

Компетенции выпускников	Индикаторы достижения компетенций, реализуемые в настоящей дисциплине	Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций
Компетенция УК-1 Способность формулировать научно обоснованные гипотезы, создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.	Индикатор УК-1.1 Способен формулировать научно обоснованные гипотезы.	Уметь формулировать научно обоснованные гипотезы.
	Индикатор УК-1.2 Умеет создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.	Знать основные принципы математического моделирования. Уметь создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.
Компетенция ОПК-1 Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа,	Индикатор ОПК-1.1. Способен использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии,	Знать основные понятия в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных

<p>комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации</p> <p>Уметь применять знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации</p> <p>Владеть основными методами математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации.</p>
<p>Компетенция ПК-1. Способность к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения,</p>	<p>Индикатор ПК-1.1. Способен анализировать поставленные задачи, выбирать и реализовывать методы решения задач математики и механики.</p>	<p>Знать основные методы решения задач, рассматриваемых в дисциплине.</p> <p>Уметь выбирать метод решения конкретной задачи с учетом ограничений на область применимости методов.</p>

построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации		
Компетенция ПК-2. Способность к самостоятельному анализу физических аспектов в классических постановках математических задач и задач механики	Индикатор ПК-2.1. Способен анализировать физические аспекты в классических постановках математических задач и задач механики	Знать основные постановки задач в рассматриваемой области знаний. Уметь анализировать физические аспекты в классических постановках математических задач и задач механики
Компетенция СПК-1. Владение специальными разделами фундаментальной математики, методами анализа и решения задач специализации	Индикатор СПК-1.1. Владеет методами анализа и решения задач специального раздела фундаментальной математики	Знать: методы анализа и решения задач специального раздела фундаментальной математики Уметь: обоснованно выбирать методы решения задач специального раздела фундаментальной математики Владеть: техниками применения методов анализа и решения задач специального раздела фундаментальной математики

7. Содержание дисциплины

Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Номинальные трудозатраты обучающегося				
		Всего ак. ч.	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, ак. ч.			Самостоят. работа, ак. ч.
			Ауд., ак. ч.	Лекции, ак. ч.	Семинары, практ., ак. ч.	
1	Уравнение струны, волновое уравнение,	6	2	2	4	

	разделение переменных. Оператор Лапласа, задачи Дирихле, Неймана и Стеклова, физический смысл.					
2	Спектр простейших областей.	6	2	2		4
3	Вариационное описание собственных чисел оператора Лапласа.	10	4	4		6
4	Элементарные неравенства для собственных чисел, вилка Дирихле-Неймана. Доказательство Филонова неравенства Фридландера. Другие неравенства.	6	2	2		4
5	Теорема Вейля и ее доказательство для областей в евклидовом пространстве. Гипотеза Вейля.	6	2	2		4
6	Что можно, а что нельзя услышать? Изоспектральные области.	10	4	4		6
7	Нодальные области, нодальный граф, теорема Куранта о нодальных областях. Нодальная геометрия. Теорема Берса. Теоремы Плейеля и Брюнинга.	8	2	2		6
8	Сферическое переключивание и доказательство неравенства Фабера-Крана.	6	2	2		4
9	Оператор Лапласа-Бельтрами на римановом многообразии. Связь собственных функций с минимальными поверхностями (теорема Такахаси). Спектр и собственные функции сферы.	10	4	4		6
10	Геометрическая оптимизация собственных чисел на поверхностях. Теорема Херша.	6	2	2		4
11	Конформный объём. Функционал Уилмора. Теорема Ли-Яу.	6	2	2		4
12	Максимизация собственных чисел оператора Лапласа-Бельтрами на конкретных поверхностях.	10	4	4		6
13	Экстремальные метрики. Связь экстремальных метрик с минимальными поверхностями (теорема Надирашвили - Эль-Суфи - Илиаса).	6	2	2		4
14	Последние продвижения.	8	2	2		6
18	Промежуточная аттестация: экзамен	4	0	0		4
	Итого, ак. ч.	108	36	36	0	72
	Итого, з. е.	3				

8. Ресурсное обеспечение

8.1. Список основной литературы

Морозов Е.А., Пенской А.В., Индекс минимальных поверхностей в трехмерной сфере, *ФГБУ "Издательство "Наука" (Москва), 2023*

Karpukhin Mikhail, Nadirashvili Nikolai, Penskoï Alexei V., Polterovich Iosif, An isoperimetric inequality for Laplace eigenvalues on the sphere, *International Press, 2021*

Пенской А.В., Изопериметрические неравенства для высших собственных значений оператора Лапласа-Бельтрами на поверхностях, МИАН, 2019

Nadirashvili Nikolai S., Penskoï Alexei V., An isoperimetric inequality for the second non-zero eigenvalue of the Laplacian on the projective plane, *Birkhauser Verlag, 2018*

8.2. Список дополнительной литературы (при наличии)

Не требуется

8.3. Список программного обеспечения

Не требуется

8.4. Список баз данных и информационных справочных систем

Не требуется

8.5. Список ресурсов сети «Интернет»

Не требуется

8.6. Материально-техническое обеспечение

Аудитория с мультимедиа проектором

9. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС), оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

9.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль проводится в форме устного опроса студентов на лекциях.

9.2. Промежуточная аттестация

Темы итогового контроля соответствуют учебному плану, приведенному в п.7.