

История математики
20 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2026 года

Математика XIX века. Панорама.

Организация математической жизни.

Ведущие математические школы.

Математические журналы и общества.

*Организация реферативных изданий и
международных конгрессов.*

Реформа математического анализа.

Построение теории действительного числа.

*Рождение теории множеств. Открытие
парадоксов*

Первые математические журналы:

- журнал политехнической школы (**Journal de l'École polytechnique**) во Франции, основан в 1795;
- **Annales des math, pures et appliquees**, существовал в 1810-31 во Франции;
- **Journal für die reine und angewandte Mathematik**, основан Августом Крелле в 1826 г. в Германии;
- **Journal de Mathématiques Pures et Appliquées** основан Лиувиллем в 1836 г. Во Франции;
- «**Математический сборник**» Московского математического общества в России основан в 1866

Первые мат.общества

- 1) Московское математическое общество, 1864 г.
- 2) Лондонское математическое общество, 1865 г.
- 3) Французское математическое общество, 1872 г.
- 4) Американское (изначально Нью-Йоркское) математическое общество – 1888г.
- 5) Санкт-Петербургское математическое общество, 1890 г.
- 6) Германское математическое общество, 1891 г.

Франция

Огюстен Луи **Коши** (1789-1857),

Жан-Батист **Фурье** (1768-1830),

Эварист **Галуа** (1811-1832),

Жозеф **Лиувилль** (1809-1882),

Пьер **Лоран** (1813-1854),

Жан **Дарбу** (1842-1917),

Анри **Пуанкаре** (1854-1912),

Жак **Адамар** (1865-1963);

Германия

Карл Фридрих Гаусс (1777-1855),
Лежен Дирихле (1805-1859),
Карл Якоби (1804-1851),
Бернхард Риман (1826-1866),
Карл Вейерштрасс (1815-1897),
Рихард Дедекиндр (1831-1916),
Георг Кантор (1845-1918),
Феликс Клейн (1849-1925),
Давид Гильберт (1862-1943);

Россия

Михаил Васильевич **Остроградский** (1801-1861),
Виктор Яковлевич **Буняковский** (1804-1889),
Пафнутий Львович **Чебышёв** (1821-1894),
Николай Иванович **Лобачевский** (1792-1856),
Софья Васильевна **Ковалевская** (1850-1891),
Андрей Андреевич **Марков** старший (1856-1922),
Александр Михайлович **Ляпунов** (1857-1918);

Италия

- Паоло **Руффини** (1765-1822),
- Эудженио **Бельтрами** (1835-1900),
Джузеппе **Пеано** (1858-1932);

Великобритания

Джордж Буль (1815-1864),

Огастес де Морган (1806-1871),

Уильям Гамильтон (1805-1865),

Джордж Стокс (1819-1903).

Коши, Огюстен Луи (1789 - 1857)



Коши родился в Париже,
в 1807 г. закончил
Политехническую
школу.

В 1794 г. в Париже было основано два высших учебных заведения:

- 1) Политехническая школа (École Polytechnique), основатели: Гаспар Монж и Лазар Карно, ориентирована на подготовку инженеров**
- 2) Нормальная школа (École normale supérieure), ориентирована на подготовку преподавателей.**

В Политехнической школе

на последних двух курсах образование получалось в одном из четырех институтов:

- 1) институт путей сообщения
- 2) горный институт
- 3) высшее инженерное военное училище
- 4) высшее артиллерийское училище.

В Политехнической школе **Коши** учился в **институте путей сообщения** и после своего выпуска до 1813 г. работал по специальности путейским инженером.

Среди выпускников и
преподавателей

Политехнической школы:

Огюстен Луи Коши (1789-1857),

Жозеф Лиувилль (1809-1882),

Пьер Альфонс Лоран (1813-1854),

Сади Карно (1796-1832),

Жан Понселе (1788-1867),

Симеон Дени Пуассон (1781-1840),

и др.

Среди выпускников и
преподавателей
Нормальной школы:

Жан Гастон Дарбу (1842-1917),

Эмиль Борель (1871-1956),

Эмиль Пикар (1856 – 1941),

Эли Жозеф Картан (1869-1951)

Анри Картан (1904-2008),

Жак Адамар (1865-1963),

Рене Луи Бэр (1874-1932)

и др.

Коши, Огюстен Луи (1789 - 1857)

С 1816 г. Коши был назначен членом Академии и профессором Политехнической школы.

Он был убежденным роялистом, активно занимался политикой и после Июльской революции отправился в изгнание вслед за Бурбонами. Жил в Турине и в Праге. В 1838 г. вернулся в Париж, и до новой революции 1848 г. преподавал в иезуитском колледже. С 1848 г. работал в Сорбонне.

Коши, Огюстен Луи (1789 - 1857)



Всего у Коши 789
опубликованных работы.

Труды на русском языке:
Коши Г. А. Л. Краткое
изложение уроков о
дифференциальном и
интегральном исчислении.
Перевод с французского В.
Буняковского, С.-Пб.,
Императорская Академия
Наук, 1831, 243 с.

Основные работы по математическому анализу Коши:

- 1) «Курс алгебраического анализа» в 1821 г.
- 2) «Резюме лекций по исчислению бесконечно малых», в 1823 г.
- 3) «Лекции по приложениям анализа к геометрии», 2 тома, 1826 и 1828 гг.

В этих книгах впервые *математический анализ* последовательно *строится на основе теории пределов.*

Коши, Огюстен Луи

(1789 - 1857)

Математический анализ Коши уже во многом напоминает современное изложение.

В нем впервые вводится **бесконечно малая величина как переменная, предел которой равен нулю.**

Непрерывность функции рассматривается как наличие соответствия бесконечно малого приращения функции бесконечно малому приращению аргумента. **Производная** определяется через предел. С большой тщательностью изложен вопрос **о сходимости бесконечных рядов**, существование которой обуславливается наличием предела сумм конечного числа членов с обязательной строгой аналитической оценкой остаточного члена.

В «Резюме лекций по исчислению бесконечно малых» Коши пишет:

«Так, прежде чем приступить к суммированию каких-либо рядов, я должен был рассмотреть, в каких случаях ряды можно суммировать, или, другими словами, каковы условия их сходимости; и в этом вопросе я установил общие правила, которые, на мой взгляд, заслуживают некоторого внимания».

Коши, Огюстен Луи

(1789 - 1857)

Коши поставил на прочную основу исследование принципов сходимости. В его лекциях содержится целый ряд достаточных признаков сходимости.

Однако понятия **равномерной сходимости** у него еще не было. Это понятие почти одновременно в 1848 г. ввели **Дж. Стокс** и **Л. Зейдель**.

За этими результатами Коши последовал ряд исследований, имеющих целью выработать наиболее общие и чувствительные признаки сходимости рядов. Полное исследование условий сходимости ряда на комплексной плоскости дал в 1826 г. Нильс **Абель**. Новые достаточные признаки, вошедшие затем в учебные курсы, нашли **Й. Раабе** (1832), **Н. Лобачевский** (1834), **Э. Куммер** (1835) и др.

В лекциях Коши установлена область сходимости степенных рядов как для вещественных, так и для комплексных значений аргумента.

Коши, Огюстен Луи (1789 - 1857)

В курсе интегрального исчисления для Коши базовым понятием становится **определенный** интеграл. В начале лекций давалось аналитическое доказательство существования определенного интеграла от непрерывной функции. Заметную часть лекций по интегральному исчислению заняли разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена.

Благодаря изданными лекциям Коши теория пределов получила свое распространение и заняла положение основы всего анализа (впрочем, далеко не все математики сразу приняли теорию пределов, у нее были и противники).

Больцано, Бернард (1781 - 1848)



Бернард Больцано родился в Праге, учился сначала на философском, а затем на теологическом факультете Карлова университета в Праге.

В 1804 г. принял сан католического священника, а год спустя занял кафедру истории и философии религии.

С 1818 г. — декан философского факультета Карлова университета.

Однако за свое свободомыслие в 1820 г. приказом императора Больцано был снят со всех занимаемых постов в университете, помещен под надзор полиции.

Ему было запрещено поступать на государственную службу, выступать устно или в печати. Остаток дней он прожил в деревне, где продолжал заниматься математикой и философией.

Больцано, Бернард

(1781 - 1848)

Философские и математические исследования Больцано были тесно связаны. Он видел в выработке математического мышления необходимую предпосылку для более сложных философских суждений.

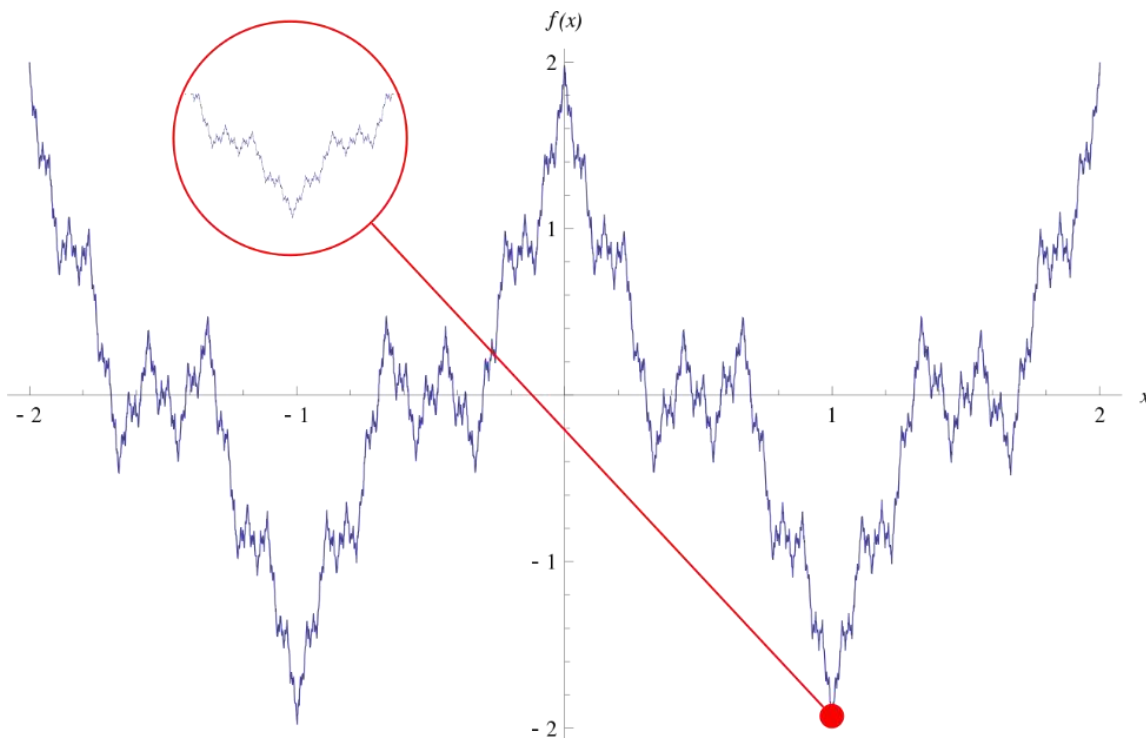
К сожалению, большинство его работ были опубликованы посмертно. Причем основные произведения стали известны лишь в 70-е, а признание получили и вовсе в 80-ые годы XIX в. Более того, рукопись его важнейшего сочинения «**Учения о функциях**» была обнаружена лишь в 1920 г.

Еще в 1817 г. Больцано сформулировал и доказал теорему, известную сейчас, как **теорема Больцано-Вейерштрасса**, что если множество вещественных чисел ограничено сверху (снизу), то оно имеет точную верхнюю (нижнюю) грань. Вейерштрасс эту же теорему сформулировал лишь после 1860 г.

Больцано опроверг общепринятое тогда мнение, сформулированное в 1806 г. Ампером, что непрерывные функции имеют лишь, быть может, изолированные особенности. За 30 лет до Вейерштрасса построил непрерывную кривую, не имеющую касательной ни в одной точке.

Функция Вейерштрасса

Пример
непрерывной
функции, нигде
не имеющей
производной



Больцано, Бернарда

(1781 - 1848)

За несколько лет до выхода «Алгебраического анализа» Коши пользовался критерием сходимости, именуемым обычно критерием Коши. В **"Парадоксах бесконечного"** (изданных в 1851 году), написанных Больцано в последний год жизни, содержится определение бесконечного множества как равномощного своей правильной части. Здесь Больцано явился предшественником Кантора — творца теории множеств.

Итак, к середине XIX в.

была разработана теория пределов, построены элементы современной теории функций и теории множеств. Однако теория пределов, как мы уже говорили выше, получила признание не сразу. Ее критика шла в основном из приложений и была связана с тем, что:

- 1) с понятием предела нельзя было связать алгоритма его нахождения. Многие понятия не принимались из-за их описательности: «сколь угодно малое», «приближаться неограниченно» и т. д., не устраивала апелляция к движению.
- 2) в теории пределов были обнаружены логические пробелы, которые не удавалось устранить. Например, определение вещественного числа.

К середине XIX в. стояла острая необходимость в:

- 1) построении строгой теории действительного числа;
- 2) разъяснении и включении в математику понятия бесконечности;
- 3) выявления полного объема класса непрерывных функций и включения в общую классификацию возможно более широкого класса разрывных функций.

Вейерштрасс, Карл Теодор (1815 - 1897)



Weierstrass

родился в Остенфельде (находится в земле Северный Рейн-Вестафалия).

В 1834 году окончил с отличием гимназию в Падерборне и поступил на юридический факультет Боннского университета. Проучился там четыре года, но бросил и перепоступил в университет Мюнстера.

В 1842 получил место учителя в провинциальной католической прогимназии, где проработал 14 лет.

Вейерштрасс, Карл Теодор (1815 - 1897)

- в 1854 г. Вейерштрасс опубликовал статью по абелевым функциям, за которую Кёнигсбергский университет сразу присудил ему степень доктора, и с 1856 г. Вейерштрасс стал экстраординарным профессором Берлинского университета.

Вейерштрасс ввел в математический анализ важные результаты:

- 1) систематическое использование понятий верхней и нижней грани числовых множеств,
- 2) учение о предельных точках,
- 3) обоснование свойства функции, непрерывной на отрезке, достигать своей верхней и нижней грани,
- 4) построение функции, не имеющей производной ни в одной точке,
- 5) доказательство возможности разложения непрерывной на отрезке функции в равномерно сходящийся ряд многочленов.

Вейерштрасс, Карл Теодор (1815 - 1897)

Примерно к 1880 г. им был выработан современный вид определений и аппарат доказательств, включающий в себя ϵ , δ -СИМВОЛИКУ.

В 1872 г. одновременно появляется целый ряд работ, посвященных строгому построению теории действительного числа. Это работа Р. Дедекинда «**Непрерывность и иррациональные числа**», а также посвященные той же теме работы **Г.Кантора** и **Е.Гейне**.

В последние годы XIX в. развиваются теория функций Вейерштрасса и **теория множеств Кантора**, появляется и развивается понятие **меры множества**.

Литература:

- 1) Рыбников К.А. История математики. Изд-во МГУ, 1994. С. 300-327
- 2) Хрестоматия по истории математики. Под редакцией А. П. Юшкевича. М. Просвещение. 1977г. с. 171-184
- 3) Г. Вилейтнер, История математики от Декарта до середины XIX столетия. М.1960, Из-во физматлит. с. 382-399