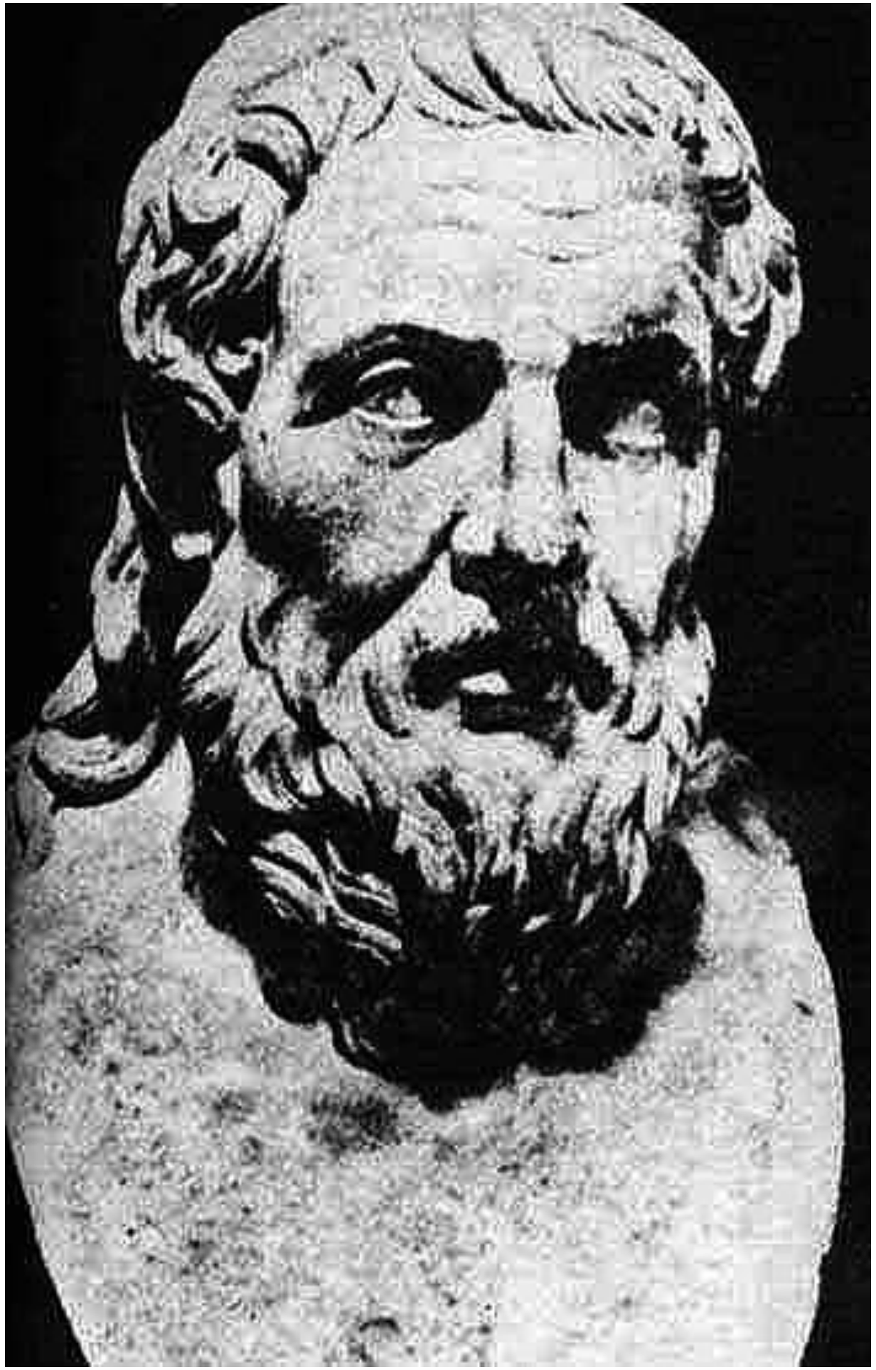
АПОЛЛОНИЙ ПЕРГСКИЙ



Родился в Пергах, в Малой Азии. О времени его жизни имеются противоречивые свидетельства.

Некоторые исследователи полагают, что он родился **около 260 г. до н.э**., другие смещают эту дату на три десятилетия. Однако имеются основания считать, что **около 190 г. до н.э.** он еще был жив.

Около **235–225 до н.э**. учился у Евдема Пергамского в Эфесе, затем – переезд в Александрию, учеба в Мусейоне.

Около **210 до н.э**. – расцвет творчества, преподавание математики в Александрии.

Позже переехал в Перган, где в городской библиотеке хранилось до 200 тысяч свитков. По количеству рукописей она уступала лишь Александрийской библиотеке.

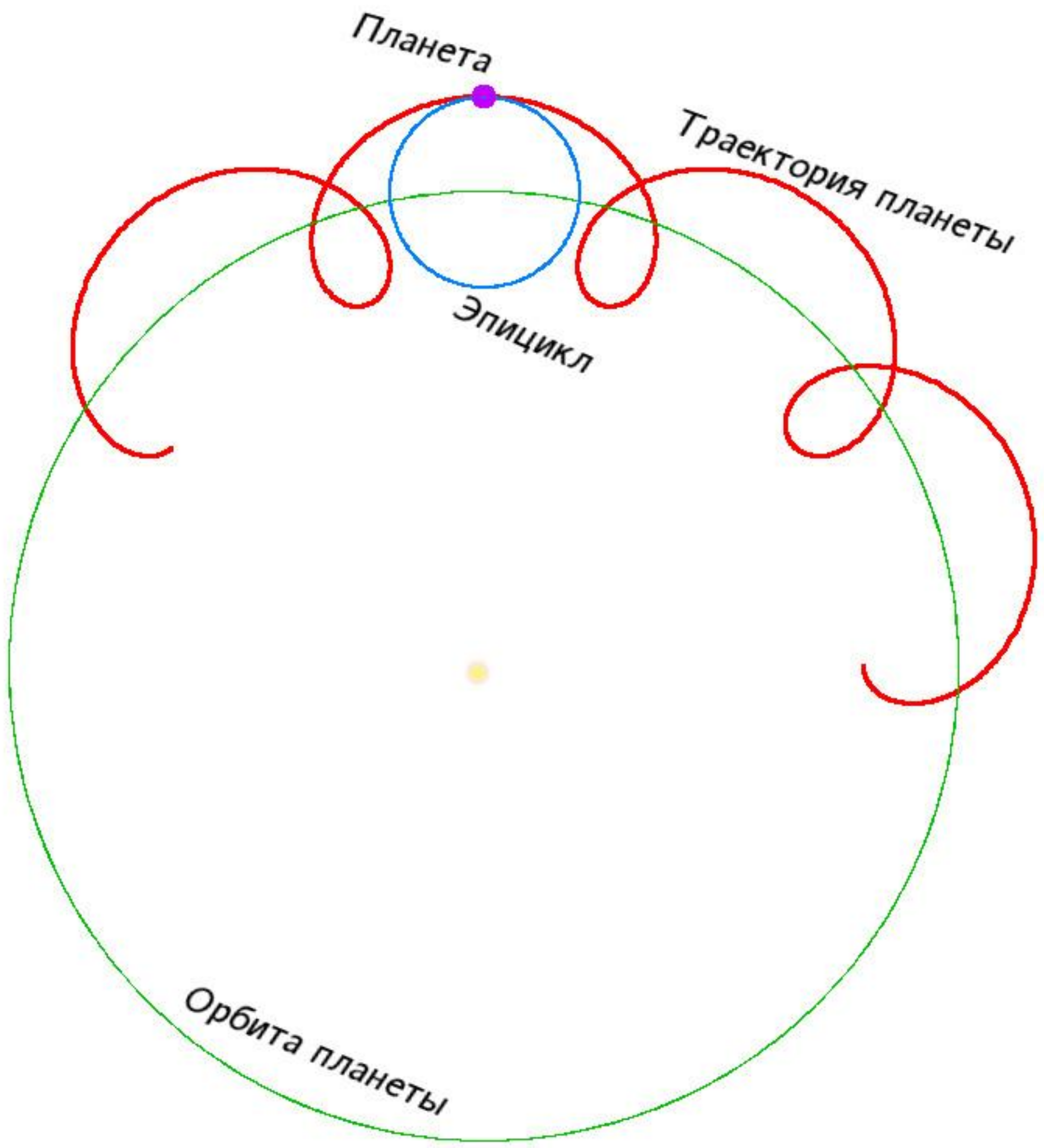
Труды Евклида и Архимеда широко известны, много переводов. Про Аполлония этого сказать нельзя: переводы – крайне редко, чаще – пересказы.

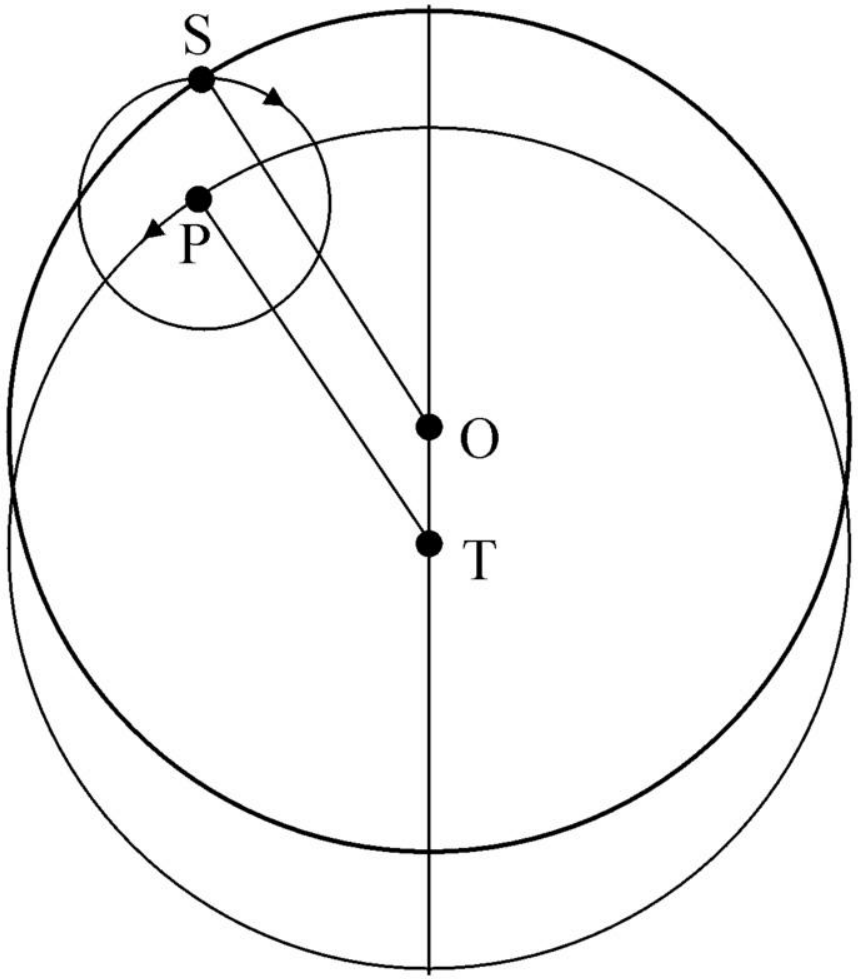
Известно, что в своих **первых** научных работах по астрономии, чтобы представить видимое движение Солнца и планет, Аполлоний ввел ***эпициклы** и **эксцентрические окружности***. На основе этой теории Клавдий Птолемей построил геоцентрическую картину мира. В его «Альмагесте» есть цитата из Аполлония – *единственный сохранившийся фрагмент его **астрономического** трактата.*

По мнению некоторых историков, первую теорию эпициклов построили ещё пифагорейцы в V веке до н. э.

Эпицикл – понятие, используемое позже и в средневековых теориях движения планет. Согласно этой модели, планета равномерно движется по малому кругу, называемому эпициклом, центр которого, в свою очередь, движется по большому кругу, который называется **деферент**ом.

Эксцентрика в астрономии – вспомогательная окружность в геоцентрической системе мира для представления годового обращения Солнца вокруг Земли с помощью движения по окружности с постоянной угловой скоростью.





Сочетание движений по эпициклу и деференту, приводящее к движению Солнца по эксцентрическому кругу.

Обозначения:

T – Земля (центр деферента),

S – Солнце,

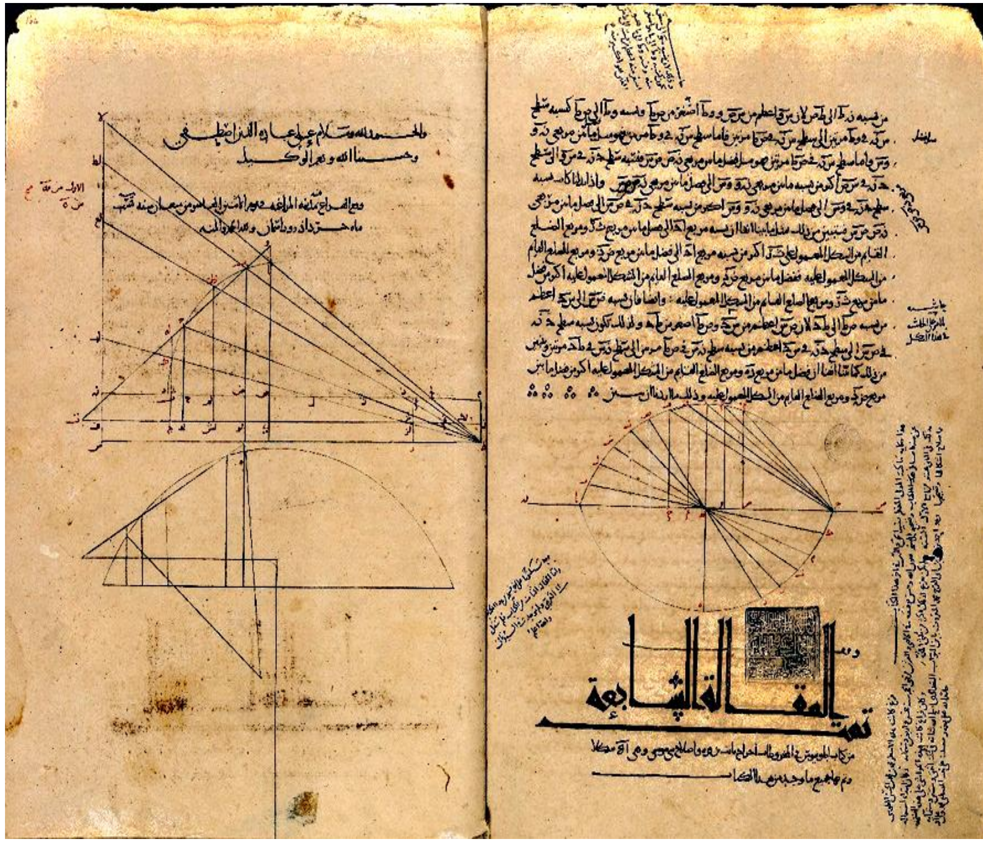
P – центр эпицикла,

O – центр эксцентрики (результирующей орбиты Солнца).

При движении Солнца отрезки SP и OT всегда параллельны.

Неравномерность движения Солнца по **эклиптике** (видимый путь Солнца в течение года) объяснялась тем, что оно движется (равномерно) по эксцентрике, центр которой не совпадает с Землей.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ АПОЛЛОНИЯ
(упоминает Папп Александрийский IV в. н.э.)



1. «**Конические сечения**» 8 книг
Единственное из сочинений Аполлония, сохранившееся до наших дней: первые 4 книги – по-гречески, еще три – только в ***арабском*** *переводе, восьмая утеряна.*
2. «**О вставках**» (дал свою классификацию задач, решаемых с помощью вставок)
3. «**О неупорядоченных иррациональностях**»
4. «**О спиральных линиях**» на поверхности (о ней упоминает Прокл (V в. н.э.))
5. «**О касании**»: Через данные три точки провести окружность, касающуюся каждой из трех прямых или окружностей.
6. «**О плоских геометрических местах**» (рассматривал преобразование плоскости в себя, при котором прямые переходят в прямые, окружности – в окружности)

и др.

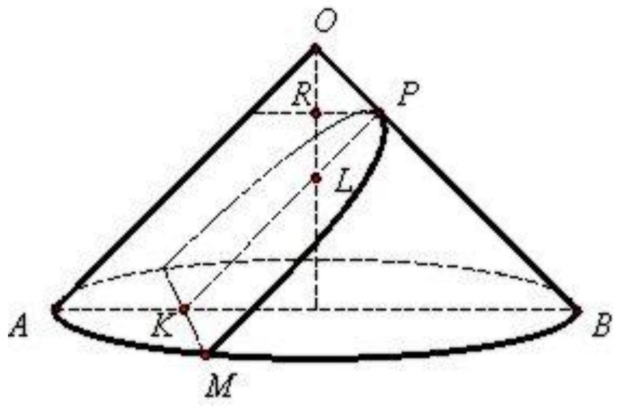
Конические сечения возникли в результате попыток решить задачу удвоения куба.

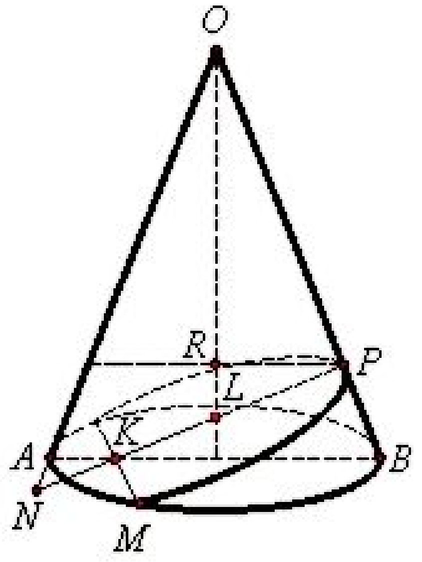
Ученик Евдокса **Менехм** (IV в. до н.э.) рассмотрел **сечения конусов вращения**. Такое представление гарантирует существование и непрерывность определяемых кривых.

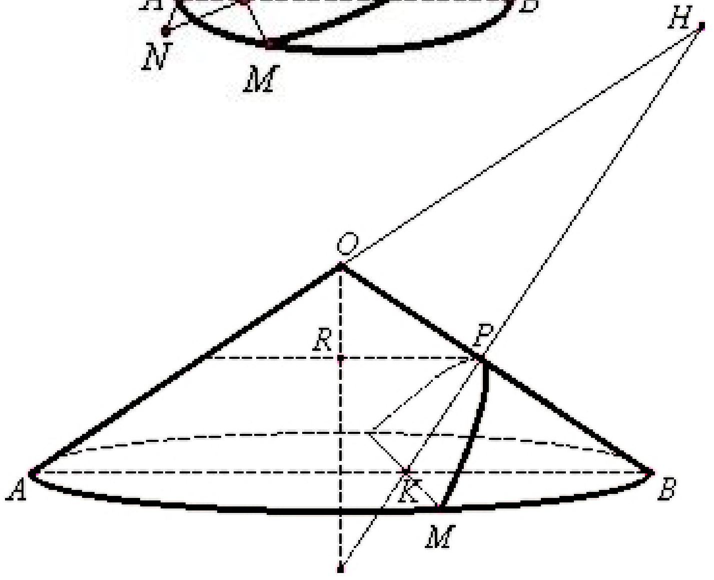
Также он начал строить теорию с помощью **симптомов кривых**, сформулированных в словесно-геометрической форме.

Например, для параболы:
«Квадрат на полухорде в каждой точке оси равен прямоугольнику на соответствующем отрезке диаметра и некотором постоянном отрезке».

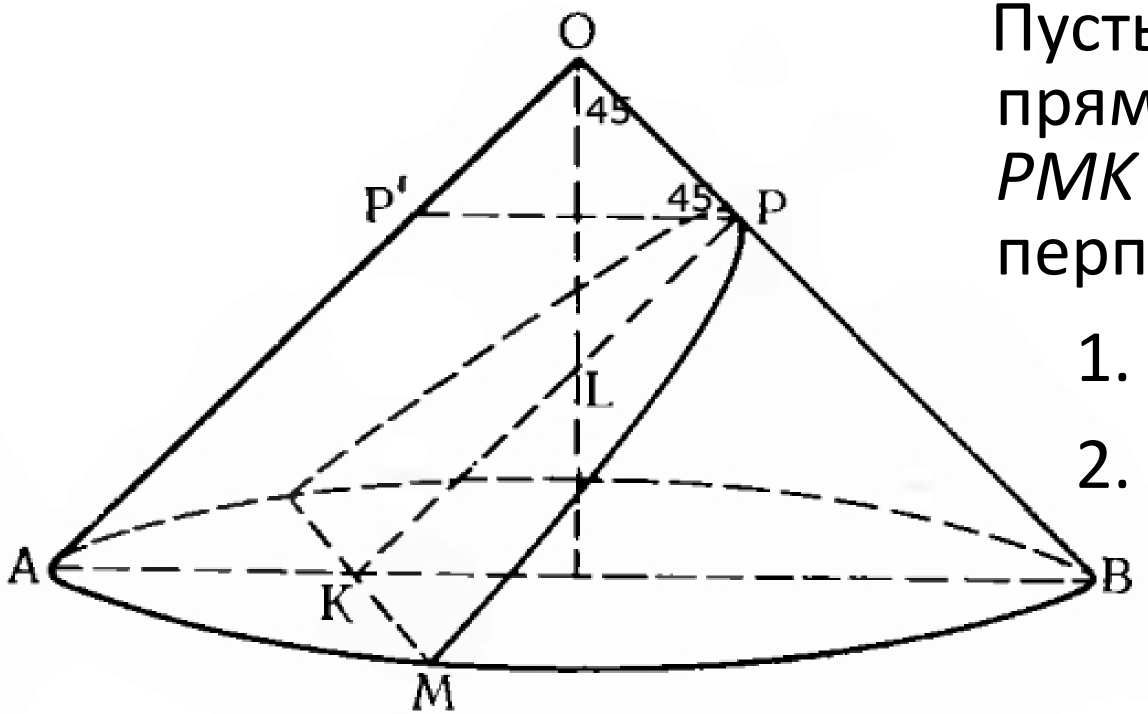
В современных обозначениях: $KM^2 = 2PO \cdot PK$
или $x^2 = 2py.$





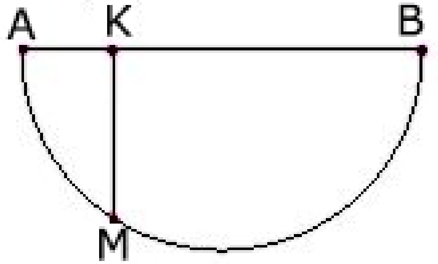


Вывод симптома параболы у Менехма



Пусть ABO – тело вращения равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг катета, PMK – сечение конуса плоскостью, перпендикулярной образующей: $PK \perp BO$

1. Фиксируем точку P : пусть $OP = p$
2. Рассмотрим половину хорды сечения в основании конуса:
$$KM^2 = AK \cdot KB \quad (*)$$



3. Проведем прямую PP', параллельную BA, тогда
   $AK = PP' = p\sqrt{2}$ (из $\Delta POP'$)
4. Из ΔKPB гипотенуза $KB = KP\sqrt{2}$
5. Подставляя в (*), получаем симптом «***сечения прямоугольного конуса вращения***» $KM^2 = 2PO \cdot PK$. Обозначив KM через x и PK через y , получаем уравнение параболы в виде $x^2 = 2py$.

<u>Предшественники Аполлония</u>

1. После **Менехм**а многие геометры занимались коническими сечениями.

По словам Паппа Александрийского (VII книга «Математической коллекции»):

2. Старший современник Евклида **Аристей** написал «Телесные геометрические места» (5 книг);

3. **Евклид** написал 4 книги о конических сечениях, которые вошли в трактат Аполлония.

Исследователи упоминают и других предшественников Аполлония.

«Конические сечения» Аполлония

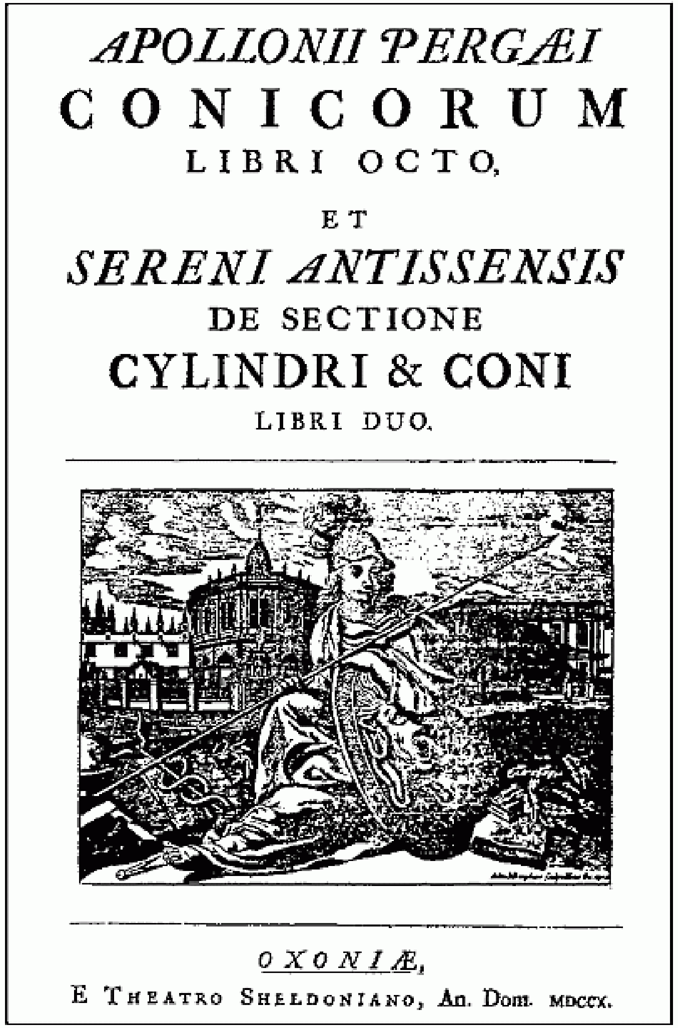
– в корне преобразована существовавшая до него теория конических сечений: кривые рассматриваются общим способом в **косоугольной системе координат** (любой диаметр + касательная);

– без алгебраической символики, без нуля и отрицательных величин дана **законченная теория** кривых 2-го порядка;

– классификация кривых алгебраическая: введена общепринятая **терминология** (парабола, гипербола, эллипс и т.п.); для обоснования законности доказывается инвариантность вида уравнения относительно системы координат;

– разработаны новые геометрические методы, относящиеся сейчас к аналитической, аффинной, проективной, конформной и дифференциальной геометрии;

– все доказательства – геометрические! **Высшая точка развития геометрической алгебры**. Перевод на алгебраический язык только в XVII в. (Декарт, Ферма). В «*Математических началах натурфилософии*» Ньютон пользуется геометрическим языком Аполлония, а не Декарта!


APOLLONII PERGÆI
CONICORUM
LIBRI OCTO,
ET
SERENI ANTISSENSIS
DE SECTIONE
CYLINDRI & CONI
LIBRI DUO.

OXONIÆ,
E THEATRO SHELDONIANO, An. Dom. MDCCX.

Книги I–III посланы Евдему Пергамскому.

Книги IV–VII посланы Атталу, ученику Евдема в Пергаме.

Книга VIII утеряна. Пытались восстановить различные математики:

– **Ибн аль-Хайсам** (965 – около 1040);

– **Эдмунд Галлей** (1656–1742) в 1710;

– безымянный автор первого латинского перевода (книги 1–4 – с греческого, книги 5–7 – с арабской рукописи Сабита ибн Корры).

Русский перевод И. Ягодинского 1й книги сделан в **1928** г. и издан в «*Известиях Северо-Кавказского гос. Университета»* + 20 предложений в **2004** г. в книге: *Розенфельд Б.А*. **Аполлоний Пергский**.

2019: Аполлоний Пергский. Конические сечения. Книги 1-4 / Под редакцией А.А. Панфёрова и С.В. Кирбятьева. М.: Юстицинформ, 2019.

В книге I приводятся определения и уравнения («*симптомы*») конических сечений.

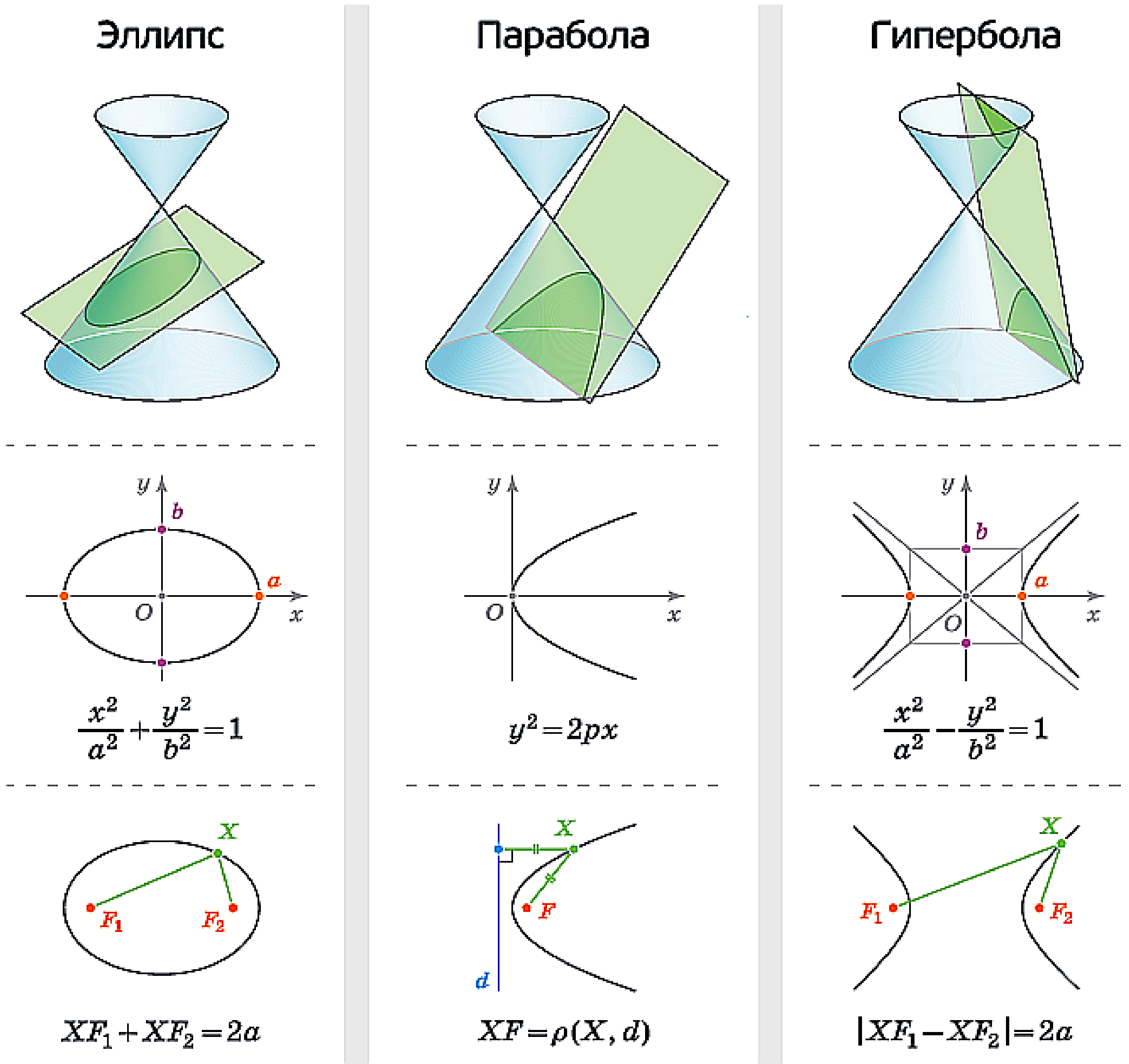
В последующем изложении (**книги II—IV**) выясняются **свойства** особых точек и линий, связанных с исследуемой кривой: **фокусов**, **асимптот**, **полюсов** и **поляр**, перечисляются их свойства, доказывается, что **конические сечения** могут **пересекаться** не более чем в 4 точках, поясняется, как строить **касательные** к этим кривым, определяются **площади** сегментов и др.

В предисловии Аполлоний сообщает, что, начиная ***с III книги, бóльшая часть теорем являются новыми***. Всего в работе **387 теорем**.

V книга: **теория нормалей и эволют** для конических сечений, задачи на максимум и минимум.

VI книга: **теория подобия** конических сечений.

В VII-й (и, видимо, **в VIII-й**) книге приводятся знаменитые теоремы Аполлония о сопряжённых диаметрах и разнообразные приложения теории к геометрическим задачам.



Аполлоний дает **<u>ОБЩЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ</u>:**

1. Круговой конус – произвольный.
2. Двухполостной (следовательно, рассматривает две ветви гиперболы).
3. Сечения проводятся под любым углом к образующей.

Б.Л. Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука:

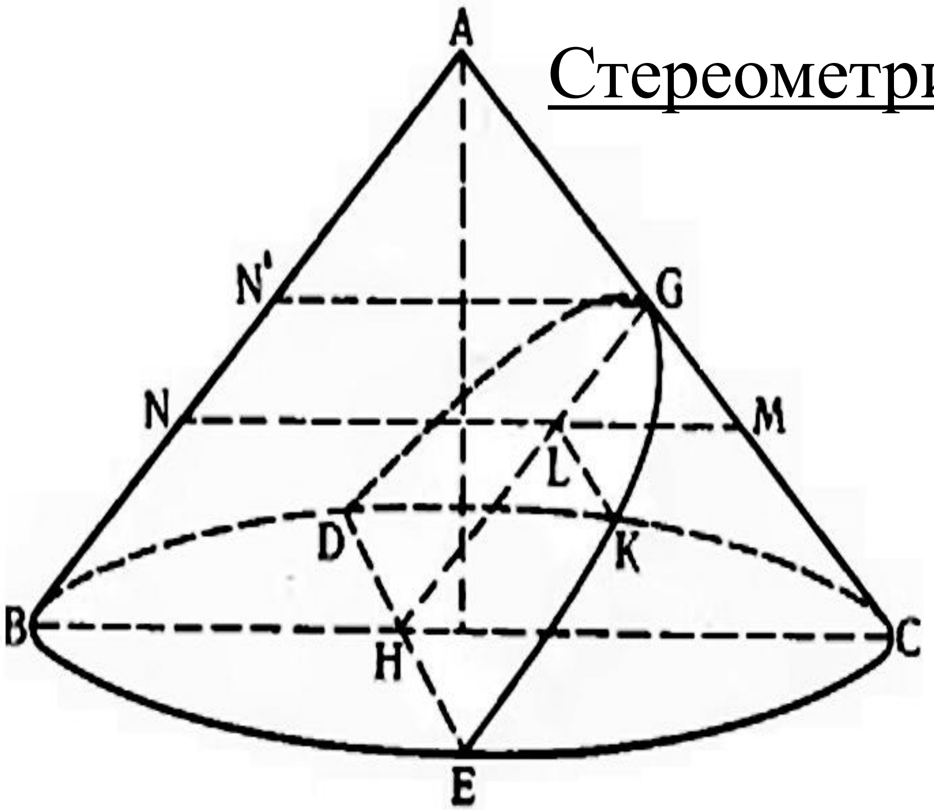
*«**Чертежи Аполлония** состоят из двух неодинаковых частей: можно было бы даже говорить о чертеже геометрическом и чертеже алгебраическом.*

*К **геометрическому** чертежу относятся: коническое сечение, в котором, собственно говоря, и заключается вся суть, система <u>косоугольных</u> осей, абсцисса **x** и ордината **y**.*

***Алгебраический** чертеж будет уже не косоугольным, а <u>прямоугольным</u>, он дает алгебраическое соотношение между **a, p, x** и **y**.*

*Площади, которые в данном случае прикладываются или отнимаются, соответствуют членам уравнения современной аналитической геометрии, а **все алгебраические преобразования**, которые мы производим над уравнением, **доказываются у Аполлония геометрически**.*

При этом ход рассуждений является вполне алгебраическим, и он гораздо более современен, чем можно было бы заключить из запутанной геометрической формулировки».



Стереометрическое определение **параболы**

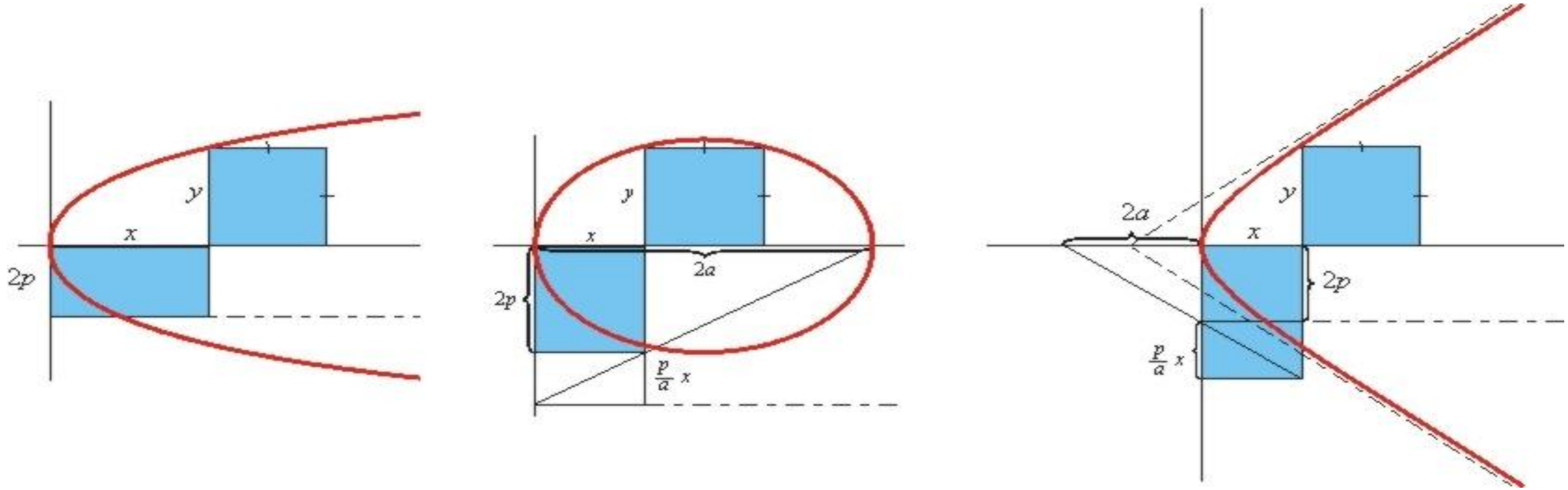
*«**Если** конус пересечен плоскостью по оси и пересечен другой плоскостью, которая пересекает основание конуса по прямой, перпендикулярной к основанию треугольника по оси, и если, кроме того, диаметр сечения параллелен той или другой из двух сторон треугольника по оси, **то** всякая **прямая**, которая проводится от сечения конуса параллельно общему сечению текущей плоскости и основания конуса до диаметра, **взятая в квадрате**, будет **равна прямоугольнику**, заключенному прямо из диаметра, отрезанного от нее до вершины сечения, и некоторой другой прямой, которая имеет к прямой, взятой между углом конуса и вершиной сечения, такое отношение, какое квадрат основания треугольника по оси имеет к прямоугольнику, заключенному между остальными двумя сторонами треугольника. Такое сечение называется **параболой**».*

После стереометрического определения Аполлоний дает вывод симптомов, классифицируя полученные кривые по виду определяющего их уравнения – точка зрения, свойственная аналитической геометрии. В современных обозначениях: пусть a – длина диаметра, $2p$ – длина параметра сечения, тогда

парабола $y^2 = 2px,$

эллипс $y^2 = \frac{p}{a}x(2a - x),$

гипербола $y^2 = \frac{p}{a}x(2a + x).$



В последующих книгах Аполлоний переходит в другие системы координат, даже **косоугольные** (диаметр + касательная). Для обоснования законности предложенной алгебраической классификации кривых Аполлоний доказывает, что **вид уравнения не меняется** при выборе другого диаметра и сопряженной с ним хорды, т.е. **инвариантен** относительно преобразования системы координат. Эту мысль позже развил Ф. Клейн в «Эрлангенской программе» (1872 г.)

Также Аполлоний доказывает, что кривые Менехма – частный случай, когда диаметр перпендикулярен сопряженной хорде.

К сожалению, **методы исследования кривых**, созданные Аполлонием, в древности **не получили развития**, хотя вплоть до начала V в. н.э. его труды изучались и комментировались. Сами конические сечения применялись лишь для решения и исследования кубических уравнений. Геометрическая алгебра к этому времени стала сдерживать развитие математики.

К тому же –

«Аполлоний виртуозно владеет ***геометрической алгеброй****, но не менее виртуозно умеет скрывать свой первоначальный ход мыслей. Из-за этого-то его книгу и трудно понимать:*

рассуждения его элегантны и кристально ясны, но что его привело именно к таким рассуждениям, а не к иным каким-нибудь, — об этом можно лишь догадываться.»

***Б.Л. Ван дер Варден*. Пробуждающаяся наука.**

Методы Аполлония **намного опередили свое время**. Почти 2000 лет они оставались «чистой наукой», которую можно было бы назвать «оторванной от жизни». В них можно найти многочисленные прообразы более поздних достижений различных областей математики — алгебры, аналитической, проективной геометрии и местами даже дифференциальной геометрии.

Возрождение идей Аполлония наступило **в XVII в.** в работах Декарта, Ферма, Ньютона. Самое широкое применение теория конических сечений получила в механике и астрономии.

Иоганн Кеплер (1571–1630) установил, что планеты нашей солнечной системы движутся по **эллипс**ам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Галилео Галилей (1564–1642) показал, что камень, брошенный наклонно к горизонту, летит по **параболе**, если не учитывать сопротивления воздуха.

В законе **Бойля-Мариотта** (1662, 1676), согласно которому давление газа обратно пропорционально его объёму при постоянной температуре, графиком этой зависимости является гипербола.

Непосредственно опираясь на результаты Аполлония, в 80-х годах XVII в. **Исаак Ньютон** создал свои знаменитые “Математические начала натуральной философии”.

О дальнейшем возрастании их роли как в «чистой» науке, так и в приложениях нечего и говорить, но главное всё-таки — это та исключительно важная роль, которую они сыграли в XVII в. при возникновении современных точных наук.

Говоря о Кеплере, знаменитый ученый XX века А. Эйнштейн писал:

“К восхищению перед этим замечательным человеком добавляется еще одно чувство восхищения и благоговения, но относящееся не к человеку, а ***к загадочной гармонии природы****, в которой мы рождены.*

Еще в древности люди придумали кривые, которые соответствуют простейшим законам. Наряду с прямой и окружностью среди них были эллипс и гипербола.

Последние мы видим реализованными в орбитах небесных тел, во всяком случае с хорошим приближением”.