

История и методология математики.

Курс для студентов
механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова

Лектор – Смирнова Галина Сергеевна.

Материалы к курсу доступны по ссылке:

<https://math.msu.ru/node/1320>

1. Первоисточники.

2. Учебная:

- ❑ *Рыбников К.А. История математики.* Изд-во МГУ. 1994 (или 1974).
- ❑ *Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики.* М., 1990.
- ❑ *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики.* М., 1987.
- ❑ *Очерки по истории математики.* Под ред. Б.В. Гнеденко. Изд-во МГУ, 1997.
- ❑ *Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России.* М.-Л., 1946.
- ❑ *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия.* Под редакцией Юшкевича А.П. Тома 1–3. М., 1970–72.
- ❑ *Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии.* М., 1989.

3. Научная.

Математика (греч. *μαθηματική*, от *μάθημα* — знание, наука), **наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.**

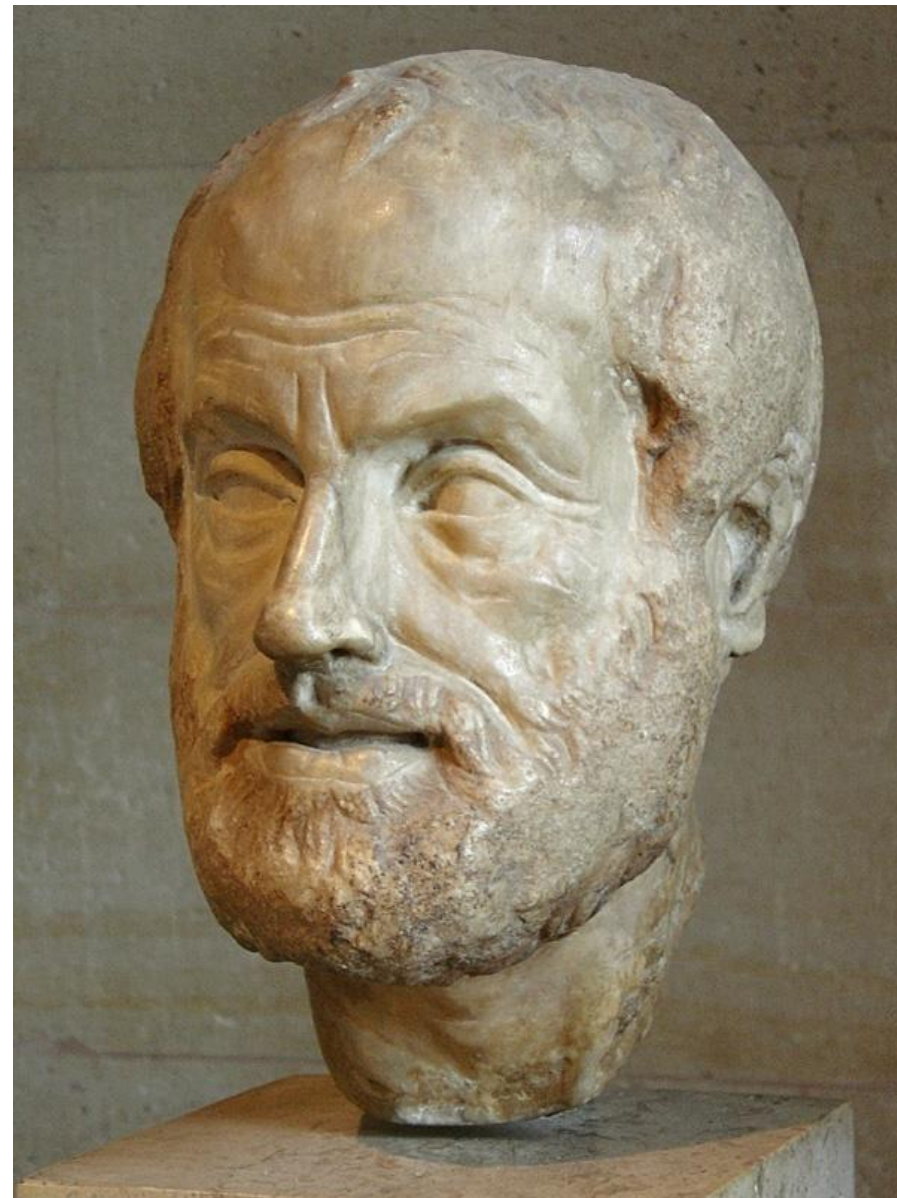
«Чистая математика имеет своим объектом *пространственные формы и количественные отношения действительного мира*, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевывать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное» (Энгельс Ф., см. Маркс К. и Энгельс Ф., Сочинения, 2 изд., т. 20, с. 37).

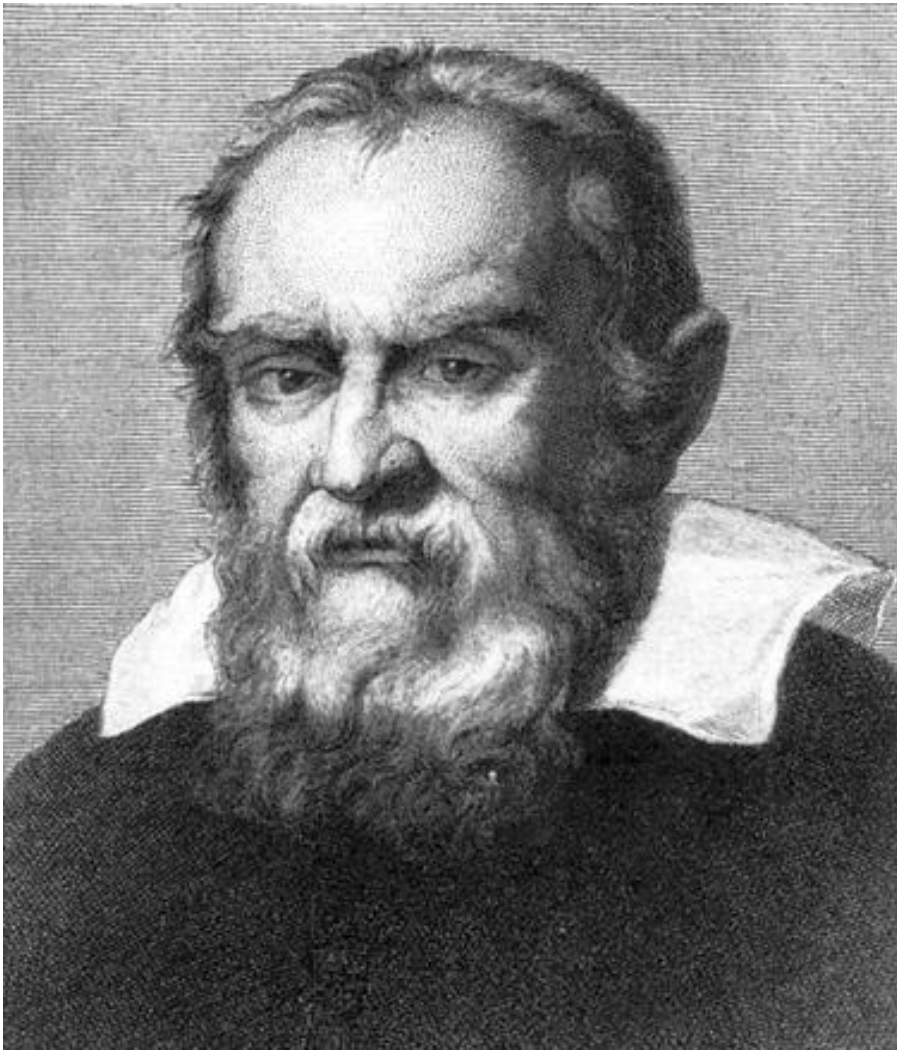
Абстрактность М., однако, не означает её отрыва от материальной действительности. В неразрывной связи с запросами техники и естествознания запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых М., непрерывно расширяется, так что данное выше общее определение М. наполняется всё более богатым содержанием.

АРИСТОТЕЛЬ "МЕТАФИЗИКА"

МЕТН., книга XI, глава III

...математик ... исследует, **опуская** все **чувственно** воспринимаемое, например тяжесть и легкость, твердость и противоположное ей, а также тепло и холод и все остальные чувственно воспринимаемые противоположности, и **оставляет** только **количественное** и **непрерывное**, у одних — в одном измерении, у других — в двух, у третьих — в трех, и рассматривает **свойства** их, поскольку они количество и непрерывное, а не с какой-либо другой стороны, и в одних случаях он рассматривает взаимное положение предметов и свойственное ему, в других — их соизмеримость и несоизмеримость, в третьих — их соотношение, но тем не менее мы для всего этого полагаем одну и ту же науку...





Галилео Галилей (1629):

Тот, кто хочет решать вопросы естественных наук без помощи математики, ставит неразрешимую задачу. Следует измерять то, что измеримо, и делать измеримым то, что таковым не является...

*Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею **Вселенную**), но ее нельзя понять, не научившись сначала понимать ее язык и не изучив буквы, которыми она написана.*

А написана она на математическом языке, и ее буквы это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без каковых невозможно понять по-человечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте...

Декарт: К области математики относятся только те науки, в которых рассматриваются либо порядок, либо мера и совершенно несущественно будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое”

“Правило для руководства ума”, 1637



Эйлер: Математика вообще это ни что иное, как наука о величинах, или наука, которая ищет способы для их измерения.

Различные части математики занимаются различными видами величин, причем имеется такое множество видов величин, что их трудно было бы перечислить.



МАТЕМАТИКА – НЕ ЕСТЕСТВЕННАЯ НАУКА

Платон: *Существует мир идей и мир вещей, и где-то между ними – мир математических объектов.*



1. Предмет математики.

А.Я. Хинчин: *«Основной критерий, отличающий естественно-научную дисциплину от математической, мы видим в том характере определения свойственной данной науке **области исследования**, который является типичным для этих двух категорий научных дисциплин.»*

Естественная наука определяется спецификой своего предмета. У математики же «своей» области объектов природы нет.

“Взгляды на природу математической реальности располагаются между двумя крайностями.

На одном полюсе — **реализм** (часто называемый платонизмом), утверждающий, что математические конструкции существуют вне и независимо от человеческого сознания в некоторой «трансцендентной», малодоступной непосредственному восприятию реальности. На другом — **антиреализм** (близкий по своим установкам номинализму), согласно которому математические структуры и объекты являются творческими продуктами человеческого воображения.

В первом случае человеческое сознание, подобно путешественнику, открывает новые математические «земли», во втором — воображение, подобно инженеру, планирует и возводит новые математические конструкции, требующие новых понятий и принципов их организации...”

Валентин Александрович **Бажанов** — доктор философских наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, действительный член Académie Internationale de Philosophie des Sciences, зав.кафедрой философии Ульяновского государственного университета. Из статьи в журнале «Вопросы философии», 2020, № 11.

Для изучения своего предмета любая *естественная* наука пользуется *любыми* методами и полученные результаты вновь применяет к области своего исследования. В математике это не так: основное **внимание** уделяется самим **методам исследования**, а **результаты**, как правило, применяются в **области, гораздо более широкой**, чем первоначальная.

*«...определяющим признаком всякой математической дисциплины всегда является некоторый **формальный метод**, потенциально допускающий самое различное материальное воплощение, а следовательно, и практическое применение».*

Пример: метод дифференциальных уравнений применим в физике, химии, биологии, всюду, где мы сталкиваемся с двумя непрерывно меняющимися величинами, изменения которых имеют относительную скорость.

А.Н. Колмогоров: *Область применения математических методов принципиально неограниченна.*

2. Отсутствие экспериментального метода как способа доказательства.

Разговор математика с физиком в конце XX века,
когда теорема Ферма еще не была доказана .

М.: Великая теорема Ферма не доказана, но проверена для всех чисел, не превышающих некоторое.

Ф.: Она проверена для всех чисел, меньших 100?

М.: Да.

Ф.: А меньше 1000?

М.: Да. Даже для всех меньше 125 000.

Ф.: Так что же вам еще надо?

Что же такое **МАТЕМАТИКА**? О чем эта наука?

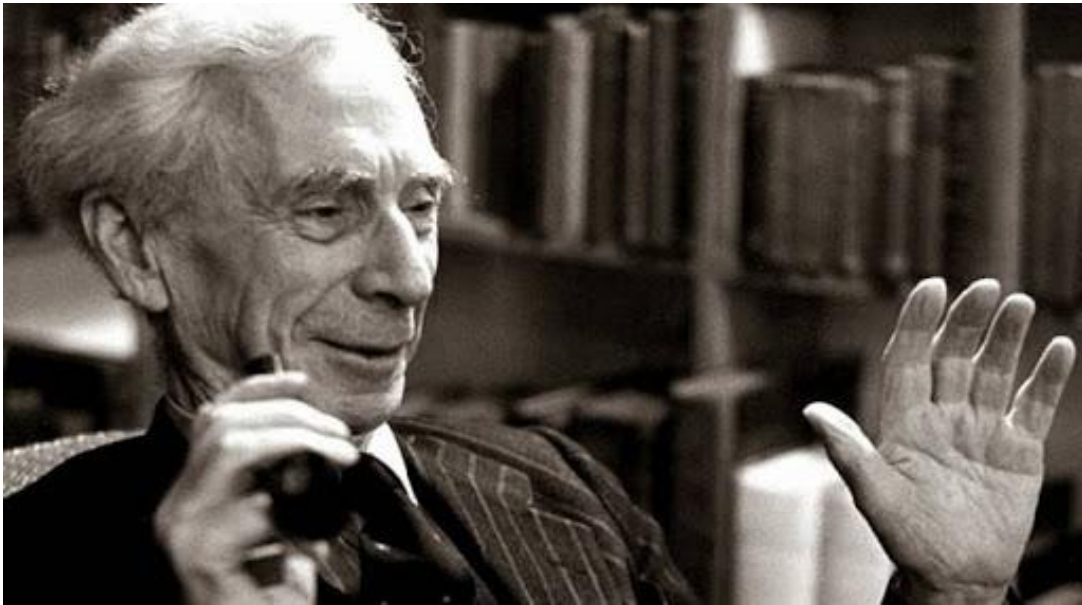
Единого мнения на этот счет даже у крупнейших математиков нет. Если рассматривать этот вопрос вне исторического развития науки, а лишь в какой-то определенный промежуток времени, то найти ответ невозможно.

Долгое время математику рассматривали не как единое целое, а как *ряд дисциплин*, основанных на частных, точно определенных понятиях, но дальнейшая эволюция математики упрочила единство ее частей и создала своего рода центральное ядро, положив в основу *аксиоматический метод*.

Он учит нас в различных теориях находить общие идеи, скрывающиеся за деталями, присущими каждой из теорий, извлекать их и подвергать исследованию. Впервые этот подход появляется в школе Пифагора, изложен Евклидом в «Началах» (IV в. до н.э.). В XX веке – Д. Гильберт, Н. Бурбаки, А.Н. Колмогоров и др.

Два освещения аксиоматического метода:

Анри Пуанкаре (1854–1912): *Математика – это искусство говорить одно и то же о разных вещах и разные вещи об одном и том же.*



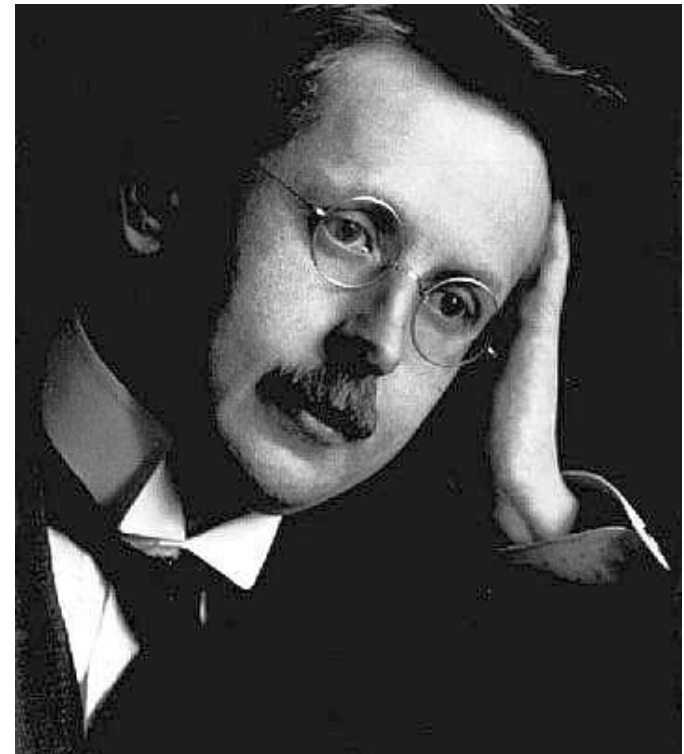
Бертран Рассел (1872—1970):

Математика – это наука, которая не знает, о чем она говорит, и верно ли то, что она говорит.

Герман Вейль (1885–1955):

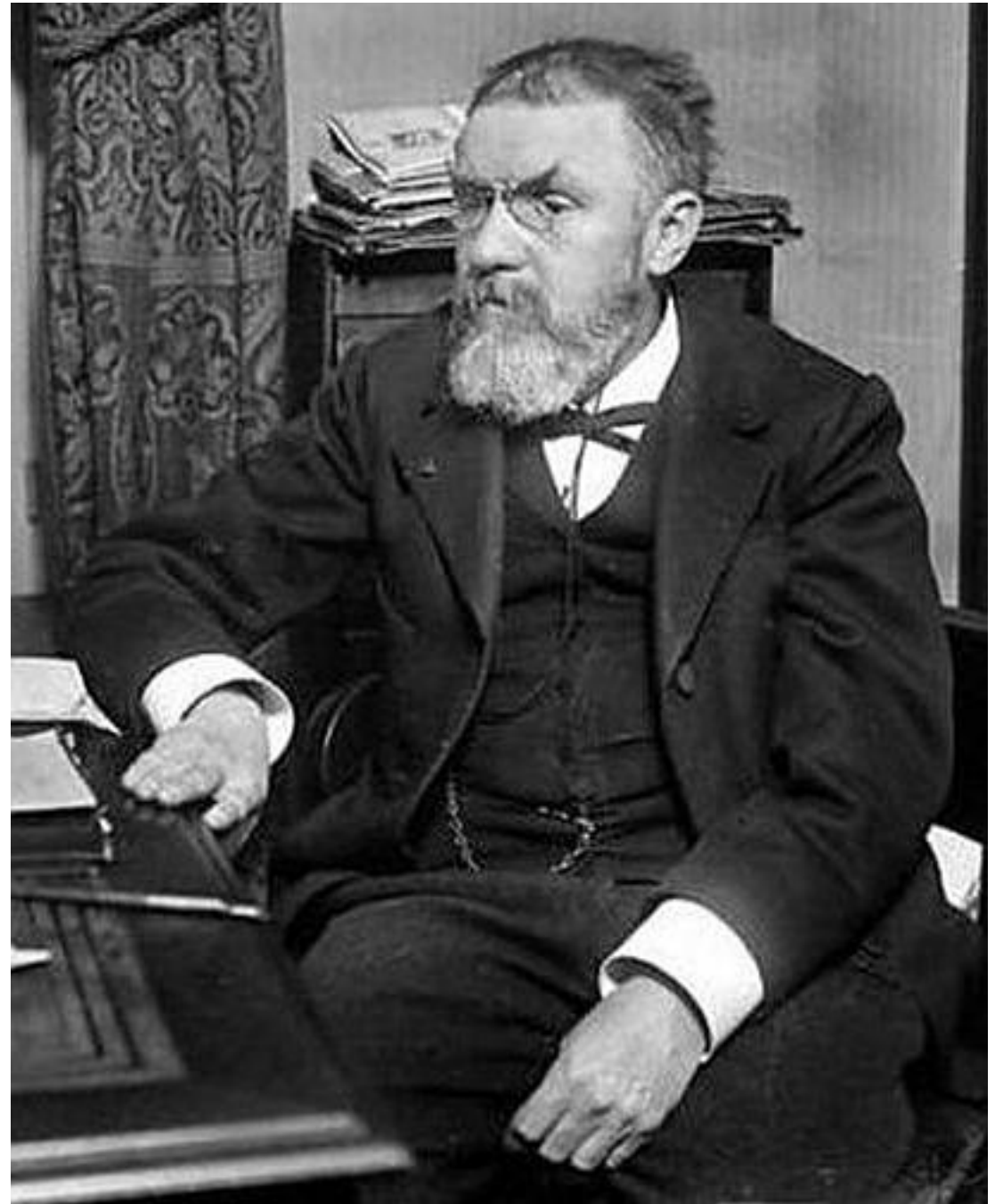
Математика есть наука о бесконечном, ее целью является постижение человеком, который конечен, бесконечного при помощи знаков.

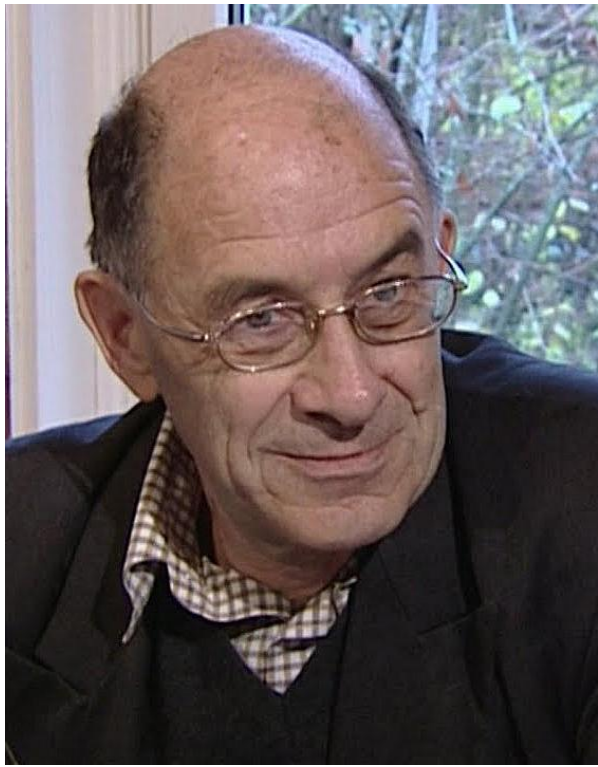
При этом завершенное бесконечное – это Бог.



А. Пуанкаре (1854–1912):

Чистый математик, который забыл бы о существовании внешнего мира, был бы подобен живописцу, умеющему гармонически сочетать цвета и формы, но лишенному натуры, модели, – его творческая сила быстро иссякла бы.





В.И. Арнольд (1937 – 2010):

математика – это специальная часть физики, математика питается задачами, которые ей подбрасывает физика и физические проблемы.

В этом смысле Арнольд отстаивает идею Пуанкаре о том, что развитие математики в XX веке будет определяться именно задачами, пришедшими из физики.

Л.Д. Фаддеев (1934 – 2017),
математический физик, один из
создателей теории квантовых групп,

признает за математикой **абсолютную самостоятельность**; считает, что *математика – это язык всех наук, внутри себя математика имеет свою логику, собственную красоту, существуя при этом, конечно, и как раздел физики.*



Федор Алексеевич Богомолов (р. 1946, ученик С.П. Новикова):

«...общая проблема математики состоит в том, что, когда наука начинает развиваться сама по себе, в отрыве от соседних дисциплин, появляется опасность вырождения...



...контакт с такой живой наукой как физика обогащает. В ней странным образом математика до сих пор исключительно эффективна, не так как в других науках: в биологии до сих пор нет такой эффективности взаимного обогащения, там такой период еще не настал. А с физикой существует длинный взаимно обогащающий союз. И это точка зрения Арнольда, от которой можно немножко отступить.

То есть математика обладает своей внутренней логикой, которая позволяет довольно успешно и продуктивно развиваться и опять давать результаты, полезные и для других дисциплин, и снова очень долго развиваться в отрыве от той же физики».

Все математики большого ранга уделяли внимание вопросам истории и философии своей науки.



Готфрид Вильгельм ЛЕЙБНИЦ: *Весьма полезно познать истинное происхождение замечательных открытий, особенно таких, которые были сделаны не случайно, а силою мысли. Это приносит пользу не только тем, что воздаст каждому свое и побуждает других добиваться таких же похвал, сколько тем, что познание метода на выдающихся примерах ведет к развитию искусства открытия.*

Исаак НЬЮТОН: *Если я увидел больше других, то только потому, что стоял на плечах гигантов.*



<i>П.С. Лаплас</i>	«Опыт философии теории вероятностей»
<i>Ф. Клейн</i>	«Лекции о развитии математики в XIX столетии»
<i>А. Пуанкаре</i>	«Наука и гипотеза», «Наука и метод», «Ценность науки», «Последние мысли»
<i>Н. Бурбаки</i>	«Очерки по истории математики», «Архитектура математики»
<i>Б.Л. Ван дер Варден</i>	«Пробуждающаяся наука», «Геометрия и алгебра в древних цивилизациях»
<i>А.Н. Колмогоров</i>	«Математика» в БСЭ
<i>Б.В. Гнеденко</i>	«Очерки по истории математики в России»

Периодизация А.Н. Колмогорова



I. Период накопления математических знаний
(2000 – 600 гг. до н.э.)

II. Период элементарной математики
(VI до н.э. – XVI в. н.э.)

III. Математика переменных величин
(XVII – XVIII вв.)

IV. Период современной математики
(XIX – XX вв.)

I Период накопления математических знаний

2000 до н.э. – 600 до н.э.

Египет, Вавилон, Индия, Китай

- Источники:
- 1) папирусы (XIX–XVIII вв. до н.э.)
 - 2) клинописные таблички (XVIII–III вв. до н.э.)
 - 3) Шульвасутры (VII–V вв. до н.э.)
– приложения к Ведам (X в. до н.э.)
 - 4) не дошли: китайские математические тексты X в. до н.э.,
Девятикнижье (IV в. до н.э.), сохранившиеся
тексты – не ранее II в. до н.э.

Б.Л. ван дер Варден: между 3000 до н.э. и 2500 до н.э. в эпоху неолита в Центральной Европе существовала некая математическая наука, позже распространившаяся по всему миру.

II Период элементарной математики

VI вв. до н.э. — XVI в.

VI в. до н.э. — скачок: появляется доказательство и первые математические теории (теория чисел, геометрическая алгебра, теория отношений, элементы теории пределов...) \Rightarrow абстрактная дедуктивная наука. **Все объекты в ней — величины постоянные** \Rightarrow это — **элементарная математика**.

VI в. до н.э. — VI в. н.э. — **греческий период**:

- 1) Фалес, Пифагор, Гиппократ, Архит, Теэтет, Евдокс, Парменид, Зенон
- 2) Евклид, Архимед, Аполлоний
- 3) Герон, Птолемей, Диофант

VI в. н.э. – XIII в. – **арабский период**

Рождение **алгебры** как науки о решении уравнений.

Выделение **тригонометрии** в отдельную математическую дисциплину.

Аль-Хорезми, Сабит ибн Корра, Аль-Бируни, Омар Хайям, Насир ад-Дин ат-Туси, Аль-Каши...

XIII – XVI вв. – **Ренессанс**

Леонардо Пизанский

Николай Коперник

коссисты

Лука Пачоли, Тарталья, Кардано, Бомбелли

Франсуа Виет

III Математика переменных величин

XVII – XVIII вв.

– необходимость изучать движение, процессы изменения величин

⇒ возникает понятие «**функция**» и новые дисциплины:

1) аналитическая геометрия –

Пьер Ферма, Рене Декарт

2) дифференциальное и интегральное исчисление –

Готфрид Вильгельм Лейбниц, Исаак Ньютон,
Леонард Эйлер и др.

IV Период современной математики

(XIX – XX вв.)

Работы по обоснованию математического анализа + теория групп + неевклидовы геометрии

⇒ новый уровень абстракции и математической строгости

⇒ теория множеств и аксиоматический подход в основе рассуждений:

1) Гаусс, Абель, Галуа, Кэли, Жордан, Ли...

2) Коши, Вейерштрасс, Риман, Дедекин, Кантор...

3) Лобачевский, Больяи, Клейн...

4) Пуанкаре, Гильберт, Бурбаки, Колмогоров...

Материалы к лекциям по истории и методологии математики и механики в весеннем семестре будут выкладываться в день лекции на сайте кабинета истории и методологии математики и механики **по адресу:**

<https://math.msu.ru/node/1320>

Информация о спецкурсах, читаемых по истории математики и механики, есть на странице

<https://math.msu.ru/node/1249>