

# **История и методология математики.**

Курс для студентов  
механико-математического факультета  
МГУ им. М.В. Ломоносова

Лектор – Смирнова Галина Сергеевна.

Материалы к курсу доступны по ссылке:

<https://math.msu.ru/node/1320>

## ЛИТЕРАТУРА

<https://math.msu.ru/node/1247>

### 1. Первоисточники.

### 2. Учебная:

- Рыбников К.А.* История математики. Изд-во МГУ. 1994 (или 1974).
- Стройк Д.Я.* Краткий очерк истории математики. М., 1990.
- Даан-Дальмединко А., Пейффер Ж.* Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1987.
- Очерки по истории математики. Под ред. Б.В. Гнеденко. Изд-во МГУ, 1997.
- Гнеденко Б.В.* Очерки по истории математики в России. М.-Л., 1946.
- История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под редакцией Юшкевича А.П. Тома 1–3. М., 1970–72.
- Клейн Ф.* Лекции о развитии математики в XIX столетии. М., 1989.

### 3. Научная.

А.Н. КОЛМОГОРОВ

**"МАТЕМАТИКА"**

*БСЭ, 1954, т. 26, с. 464–483*

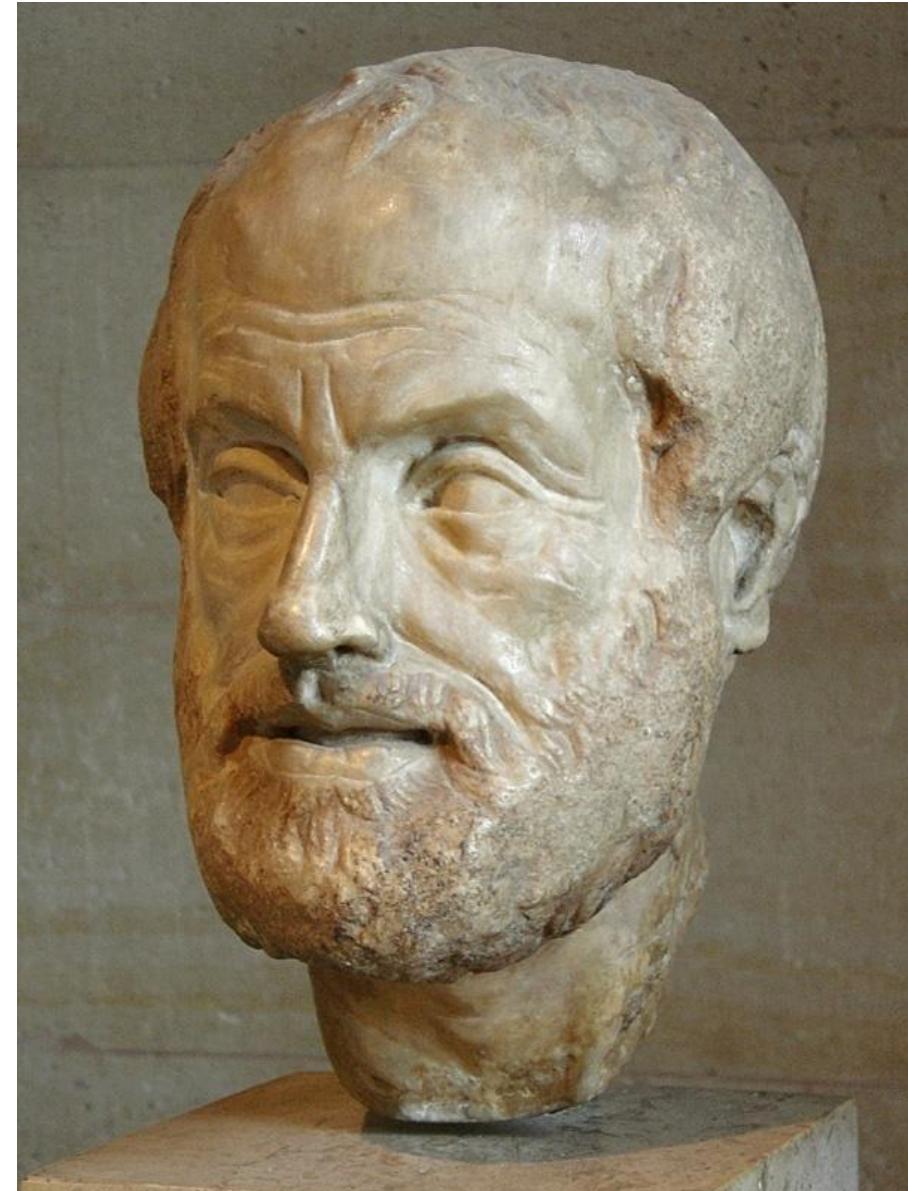
**Математика (греч. *μαθηματική*, от *μάθημα* – знание, наука), наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.**

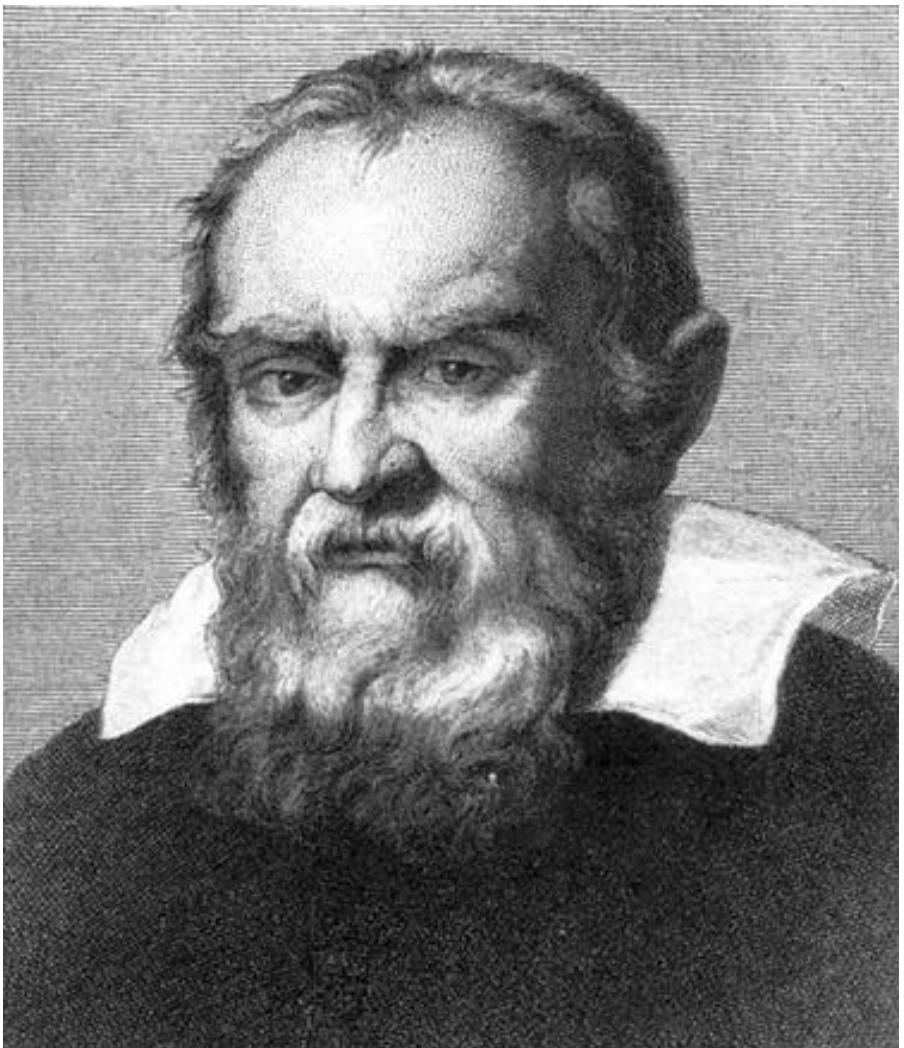
«Чистая математика имеет своим объектом *пространственные формы и количественные отношения действительного мира*, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное» (Энгельс Ф., см. Маркс К. и Энгельс Ф., Сочинения, 2 изд., т. 20, с. 37).

Абстрактность М., однако, не означает её отрыва от материальной действительности. В неразрывной связи с запросами техники и естествознания запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых М., непрерывно расширяется, так что данное выше общее определение М. наполняется всё более богатым содержанием.

*АРИСТОТЕЛЬ "МЕТАФИЗИКА"  
МЕТН., книга XI, глава III*

...математик ... исследует, **опуская** все **чувственно** воспринимаемое, например тяжесть и легкость, твердость и противоположное ей, а также тепло и холод и все остальные **чувственно** воспринимаемые противоположности, и **оставляет** только **количественное** и **непрерывное**, у одних – в одном измерении, у других – в двух, у третьих – в трех, и рассматривает **свойства их**, поскольку они количество и непрерывное, а не с какой-либо другой стороны, и в одних случаях он рассматривает взаимное положение предметов и **свойственное** ему, в других – их соизмеримость и несоизмеримость, в третьих – их соотношение, но тем не менее мы для всего этого полагаем одну и ту же науку...





## Галилео Галилей (1629):

Тот, кто хочет решать вопросы естественных наук **без помощи математики**, ставит **неразрешимую** задачу. Следует измерять то, что измеримо, и делать измеримым то, что таковым не является...

Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею **Вселенную**), но ее нельзя понять, не научившись сначала понимать ее язык и не изучив буквы, которыми она написана.

*А написана она на математическом языке, и ее буквы это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без каковых невозможно понять по-человечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте...*

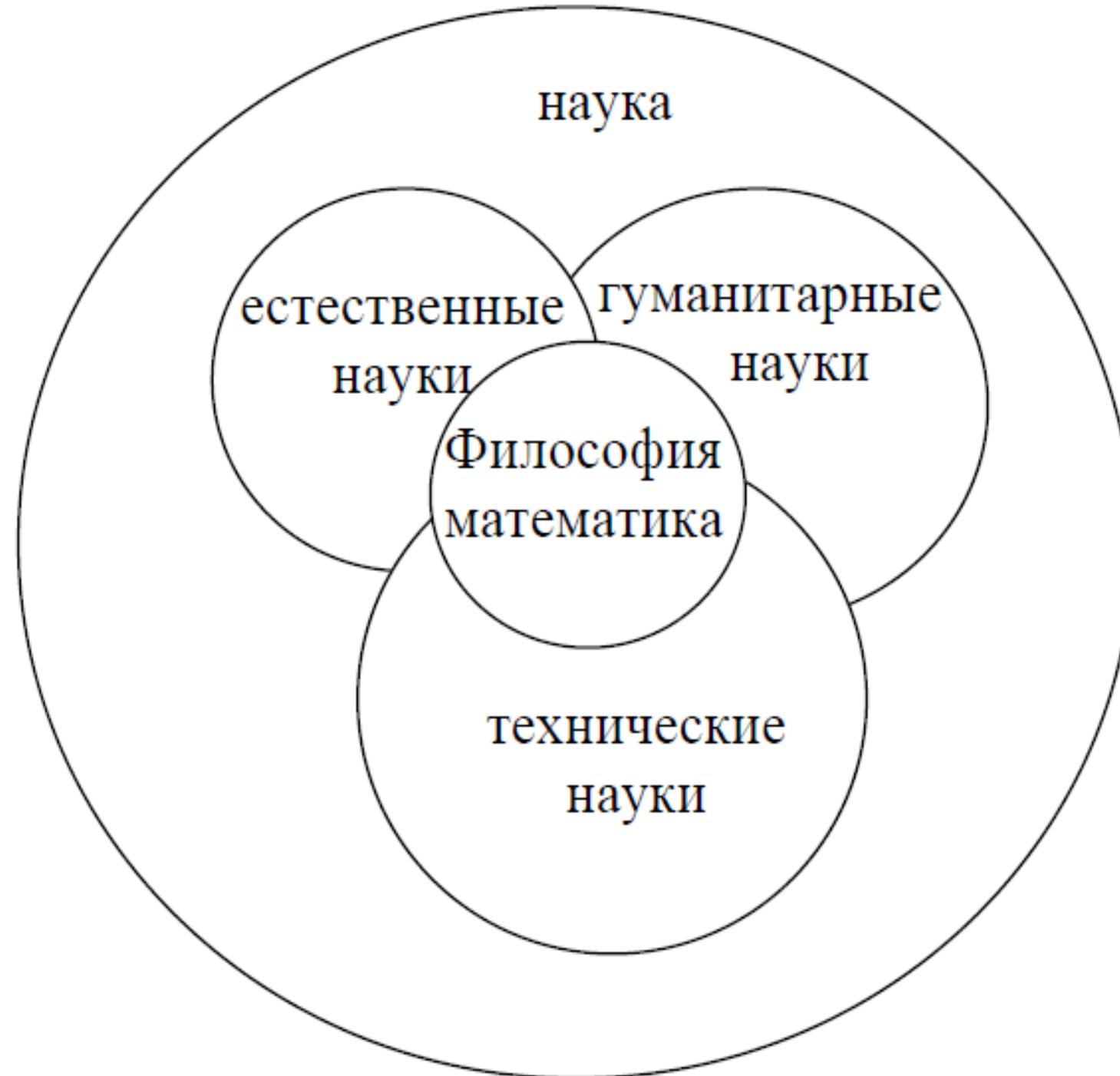
Декарт: К области математики относятся только те **науки, в которых рассматриваются либо порядок, либо мера** и совершенно несущественно будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое”

“Правило для руководства ума”, 1637



Эйлер: Математика вообще это ни что иное, как **наука о величинах**, или наука, которая ищет способы для их измерения.

Различные части математики занимаются различными видами величин, причем имеется такое множество видов величин, что их трудно было бы перечислить.



# МАТЕМАТИКА – НЕ ЕСТЕСТВЕННАЯ НАУКА

Платон: *Существует мир идей и мир вещей, и где-то между ними – мир математических объектов.*



## 1. Предмет математики.

**А.Я. Хинчин:** «*Основной критерий, отличающий естественно-научную дисциплину от математической, мы видим в том характере определения свойственной данной науке области исследования, который является типичным для этих двух категорий научных дисциплин.*»

Естественная наука определяется спецификой своего предмета. У математики же «своей» области **объектов природы** нет.

**“Взгляды на природу математической реальности располагаются между двумя крайностями.**

На одном полюсе – **реализм** (часто называемый платонизмом), утверждающий, что математические конструкции существуют вне и независимо от человеческого сознания в некоторой «трансцендентной», малодоступной непосредственному восприятию реальности. На другом – **антиреализм** (близкий по своим установкам номинализму), согласно которому математические структуры и объекты являются творческими продуктами человеческого воображения.

В первом случае человеческое сознание, подобно путешественнику, открывает новые математические «земли», во втором – воображение, подобно инженеру, планирует и возводит новые математические конструкции, требующие новых понятий и принципов их организации...”

Валентин Александрович **Бажанов** – доктор философских наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, действительный член Académie Internationale de Philosophie des Sciences, зав.кафедрой философии Ульяновского государственного университета. Из статьи в журнале «Вопросы философии», 2020, № 11.

Для изучения своего предмета любая *естественная* наука пользуется *любыми* методами и полученные результаты вновь применяет к области своего исследования. В математике это не так: основное **внимание** уделяется самим **методам исследования**, а **результаты**, как правило, применяются в **области, гораздо более широкой**, чем первоначальная.

*«...определяющим признаком всякой математической дисциплины всегда является некоторый **формальный метод**, потенциально допускающий самое различное материальное воплощение, а следовательно, и практическое применение».*

Пример: метод дифференциальных уравнений применим в физике, химии, биологии, всюду, где мы сталкиваемся с двумя непрерывно меняющимися величинами, изменения которых имеют относительную скорость.

А.Н. Колмогоров: *Область применения математических методов принципиально неограничена.*

2. **Отсутствие экспериментального метода как способа доказательства.**

*Разговор математика с физиком в конце XX века,*  
*когда теорема Ферма еще не была доказана .*

*М.: Великая теорема Ферма не доказана, но проверена для всех чисел, не превышающих некоторое.*

*Ф.: Она проверена для всех чисел, меньших 100?*

*М.: Да.*

*Ф.: А меньше 1000?*

*М.: Да. Даже для всех меньше 125 000.*

*Ф.: Так что вам еще надо?*

# Что же такое МАТЕМАТИКА? О чём эта наука?

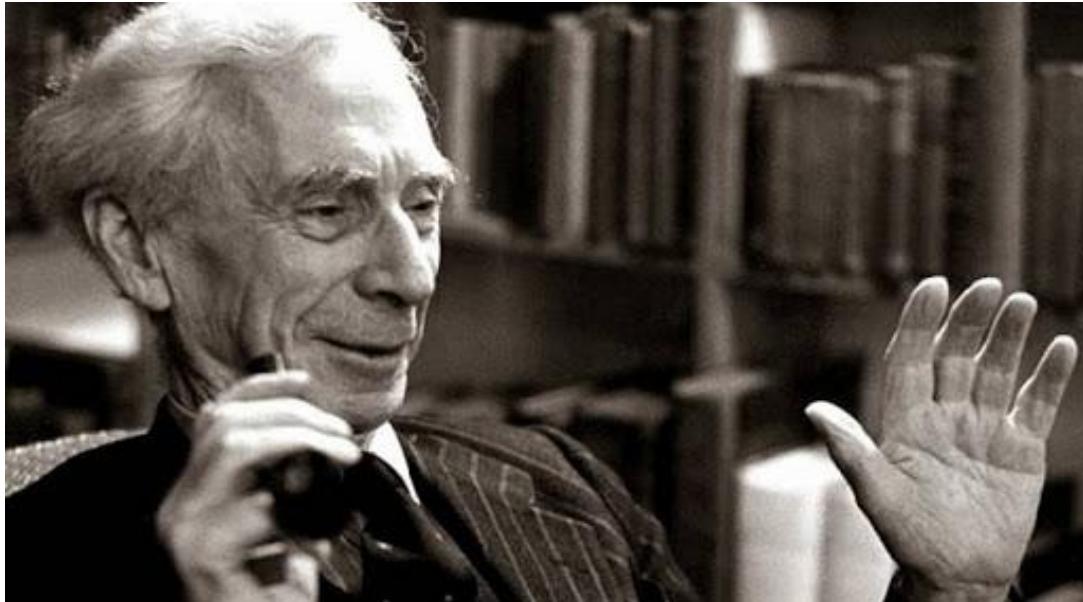
Единого мнения на этот счет даже у крупнейших математиков нет. Если рассматривать этот вопрос вне исторического развития науки, а лишь в какой-то определенный промежуток времени, то найти ответ невозможно.

Долгое время **математику** рассматривали не как единое целое, а как **ряд дисциплин**, основанных на частных, точно определенных понятиях, но дальнейшая эволюция математики упрочила единство ее частей и создала своего рода центральное ядро, положив в основу **аксиоматический метод**.

Он учит нас в различных теориях находить общие идеи, скрывающиеся за деталями, присущими каждой из теорий, извлекать их и подвергать исследованию. Впервые этот подход появляется в школе Пифагора, изложен Евклидом в «Началах» (IV в. до н.э.). В XX веке – Д. Гильберт, Н. Бурбаки, А.Н. Колмогоров и др.

## Два освещения аксиоматического метода:

**Анри Пуанкаре** (1854–1912): *Математика – это искусство говорить одно и то же о разных вещах и разные вещи об одном и том же.*



**Берtrand Рассел** (1872—1970):

*Математика – это наука, которая не знает, о чем она говорит, и верно ли то, что она говорит.*



**Герман Вейль** (1885–1955):

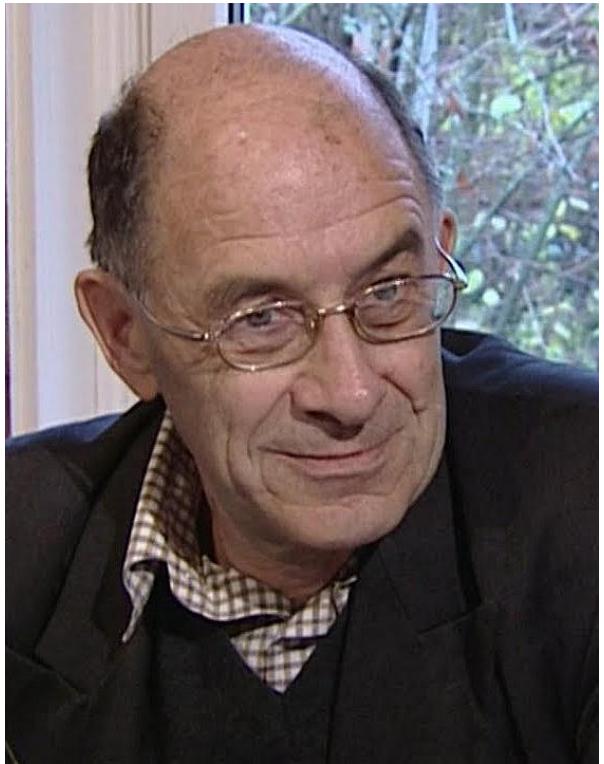
*Математика есть наука о бесконечном, ее целью является постижение человеком, который конечен, бесконечного при помощи знаков.*

*При этом завершенное бесконечное – это Бог.*

**А. Пуанкаре (1854–1912):**

*Чистый математик, который забыл бы о существовании внешнего мира, был бы подобен живописцу, умеющему гармонически сочетать цвета и формы, но лишенному натуры, модели, – его творческая сила быстро иссякла бы.*





**В.И. Арнольд (1937 – 2010):**

*математика – это специальная часть физики, математика питается задачами, которые ей подбрасывает физика и физические проблемы.*

В этом смысле Арнольд отстаивает идею Пуанкаре о том, что развитие математики в XX веке будет определяться именно задачами, пришедшими из физики.

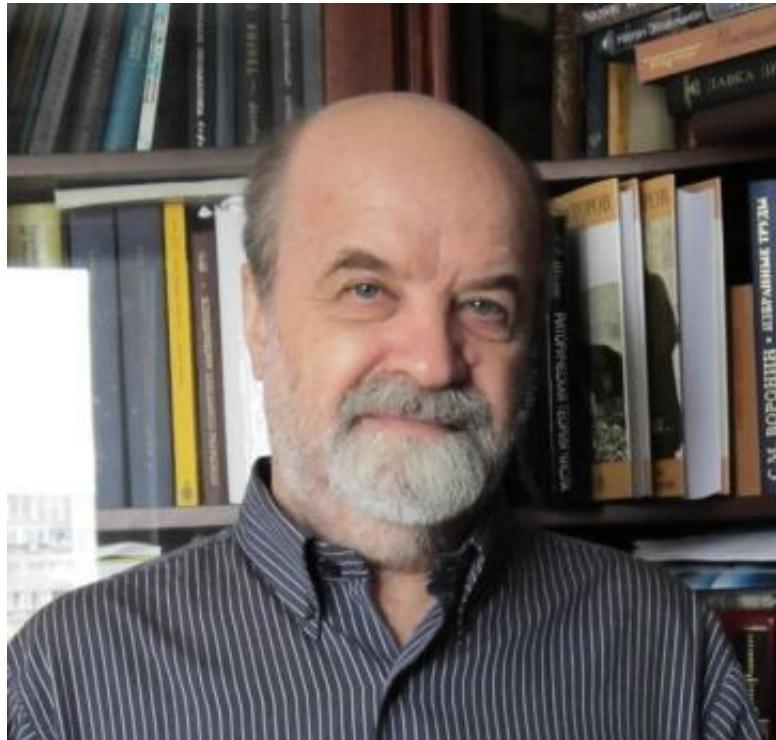
**Л.Д. Фаддеев (1934 – 2017),**  
математический физик, один из  
создателей теории квантовых групп,

признает за математикой **абсолютную самостоятельность**; считает, что *математика – это язык всех наук, внутри себя математика имеет свою логику, собственную красоту, существуя при этом, конечно, и как раздел физики.*



**Федор Алексеевич Богомолов** (р. 1946, ученик С.П. Новикова):

**«...общая проблема математики состоит в том, что, когда наука начинает развиваться сама по себе, в отрыве от соседних дисциплин, появляется опасность вырождения...**



...контакт с такой живой наукой как физика обогащает. В ней странным образом математика до сих пор исключительно эффективна, не так как в других науках: в биологии до сих пор нет такой эффективности взаимного обогащения, там такой период еще не настал. А с физикой существует длинный взаимно обогащающий союз. И это точка зрения Арнольда, от которой можно немножко отступить.

То есть **математика обладает своей внутренней логикой**, которая позволяет довольно успешно и продуктивно развиваться и опять давать результаты, полезные и для других дисциплин, и снова очень долго развиваться в отрыве от той же физики».

**Все математики большого ранга уделяли внимание вопросам истории и философии своей науки.**



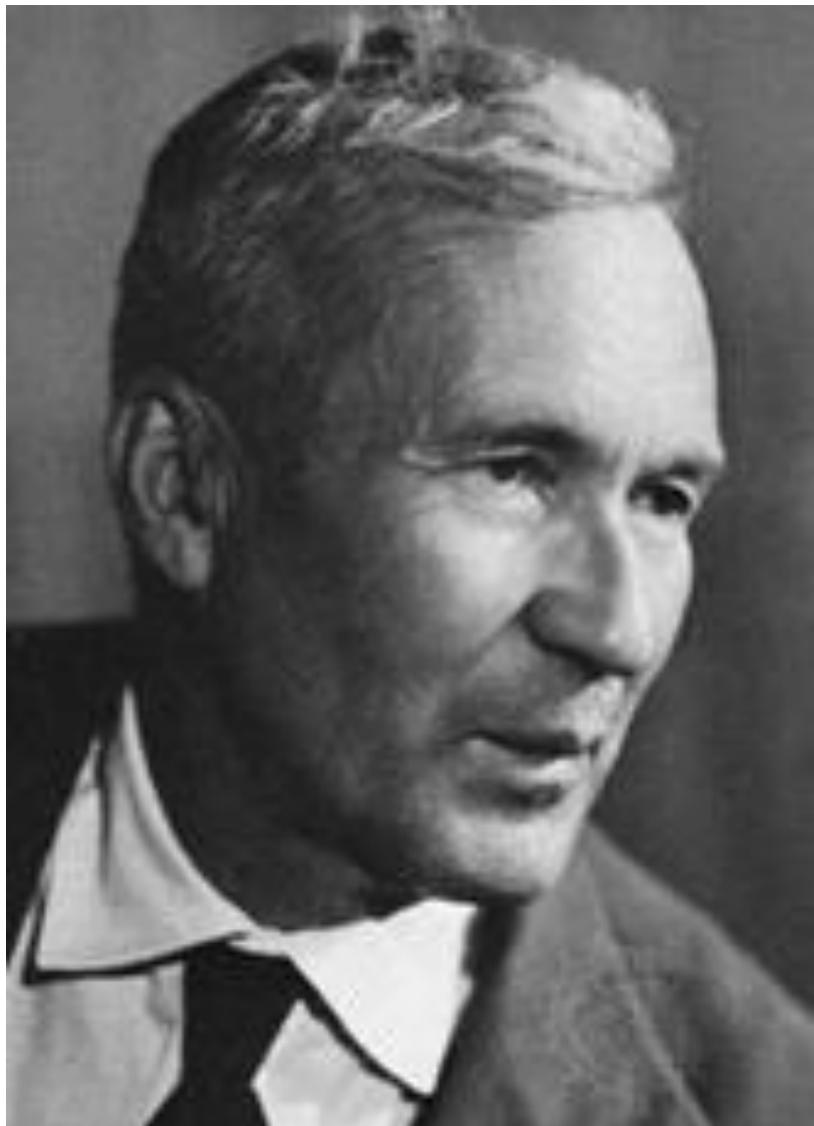
**Готфрид Вильгельм ЛЕЙБНИЦ:** *Весьма полезно познать истинное происхождение замечательных открытий, особенно таких, которые были сделаны не случайно, а силою мысли. Это приносит пользу не только тем, что воздает каждому свое и побуждает других добиваться таких же похвал, сколько тем, что познание метода на выдающихся примерах ведет к развитию искусства открытия.*

**Исаак НЬЮТОН:** *Если я увидел больше других, то только потому, что стоял на плечах гигантов.*



- П.С. Лаплас* «Опыт философии теории вероятностей»
- Ф. Клейн* «Лекции о развитии математики в XIX столетии»
- А. Пуанкаре* «Наука и гипотеза», «Наука и метод»,  
«Ценность науки», «Последние мысли»
- Н. Бурбаки* «Очерки по истории математики»,  
«Архитектура математики»
- Б.Л. Ван дер Варден* «Пробуждающаяся наука»,  
«Геометрия и алгебра в древних цивилизациях»
- А.Н. Колмогоров* «Математика» в БСЭ
- Б.В. Гнеденко* «Очерки по истории математики в России»

# Периодизация А.Н. Колмогорова



- I. Период накопления математических знаний  
(2000 – 600 гг. до н.э.)
- II. Период элементарной математики  
(VI до н.э. – XVI в. н.э.)
- III. Математика переменных величин  
(XVII – XVIII вв.)
- IV. Период современной математики  
(XIX – XX вв.)

# I      Период накопления математических знаний

2000 до н.э. – 600 до н.э.

## Египет, Вавилон, Индия, Китай

<u>Источники:</u>	1) папирусы	(XIX–XVIII вв. до н.э.)
	2) клинописные таблички	(XVIII–III вв. до н.э.)
	3) Шульвасутры – приложения к Ведам	(VII–V вв. до н.э.) (X в. до н.э.)
4) не дошли:	китайские математические тексты X в. до н.э., Девятикнижье тексты – не ранее II в. до н.э.	(IV в. до н.э.), сохранившиеся

**Б.Л. ван дер Варден:** между 3000 до н.э. и 2500 до н.э. в эпоху неолита в Центральной Европе существовала некая математическая наука, позже распространившаяся по всему миру.

## II      Период элементарной математики

VI вв. до н.э. – XVI в.

VI в. до н.э. – скачок: появляется доказательство и первые математические теории (теория чисел, геометрическая алгебра, теория отношений, элементы теории пределов...)  $\Rightarrow$  абстрактная дедуктивная наука. **Все объекты в ней – величины постоянные**  $\Rightarrow$  это – **элементарная** математика.

VI в. до н.э. – VI в. н.э. – греческий период:

- 1) Фалес, Пифагор, Гиппократ, Архит, Теэтет, Евдокс, Парменид, Зенон
- 2) Евклид, Архимед, Аполлоний
- 3) Герон, Птолемей, Диофант

VI в. н.э. – XIII в. – **арабский период**

Рождение **алгебры** как науки о решении уравнений.

Выделение **тригонометрии** в отдельную математическую дисциплину.

Аль-Хорезми, Сабит ибн Корра, Аль-Бируни, Омар Хайям, Насир ад-Дин ат-Туси, Аль-Каши...

XIII – XVI вв. – **Ренессанс**

Леонардо Пизанский

Николай Коперник

коссисты

Лука Пачоли, Тарталья, Кардано, Бомбелли

Франсуа Виет

### III    Математика переменных величин

XVII – XVIII вв.

– необходимость изучать движение, процессы изменения величин

⇒ возникает понятие «функция» и новые дисциплины:

1) аналитическая геометрия –

Пьер Ферма, Рене Декарт

2) дифференциальное и интегральное исчисление –

Готфрид Вильгельм Лейбниц, Исаак Ньютон,  
Леонард Эйлер и др.

## IV    Период современной математики (XIX – XX вв.)

Работы по обоснованию математического анализа + теория групп + неевклидовы геометрии

- ⇒ новый уровень абстракции и математической строгости
- ⇒ теория множеств и аксиоматический подход в основе рассуждений:

- 1) Гаусс, Абель, Галуа, Кэли, Жордан, Ли...
- 2) Коши, Вейерштрасс, Риман, Дедекинд, Кантор...
- 3) Лобачевский, Больяи, Клейн...
- 4) Пуанкаре, Гильберт, Бурбаки, Колмогоров...

**Материалы к лекциям по истории и методологии математики и механики в весеннем семестре** будут выкладываться в день лекции на сайте кабинета истории и методологии математики и механики **по адресу**:

**<https://math.msu.ru/node/1320>**

**Информация о спецкурсах**, читаемых по истории математики и механики, есть на странице

**<https://math.msu.ru/node/1249>**