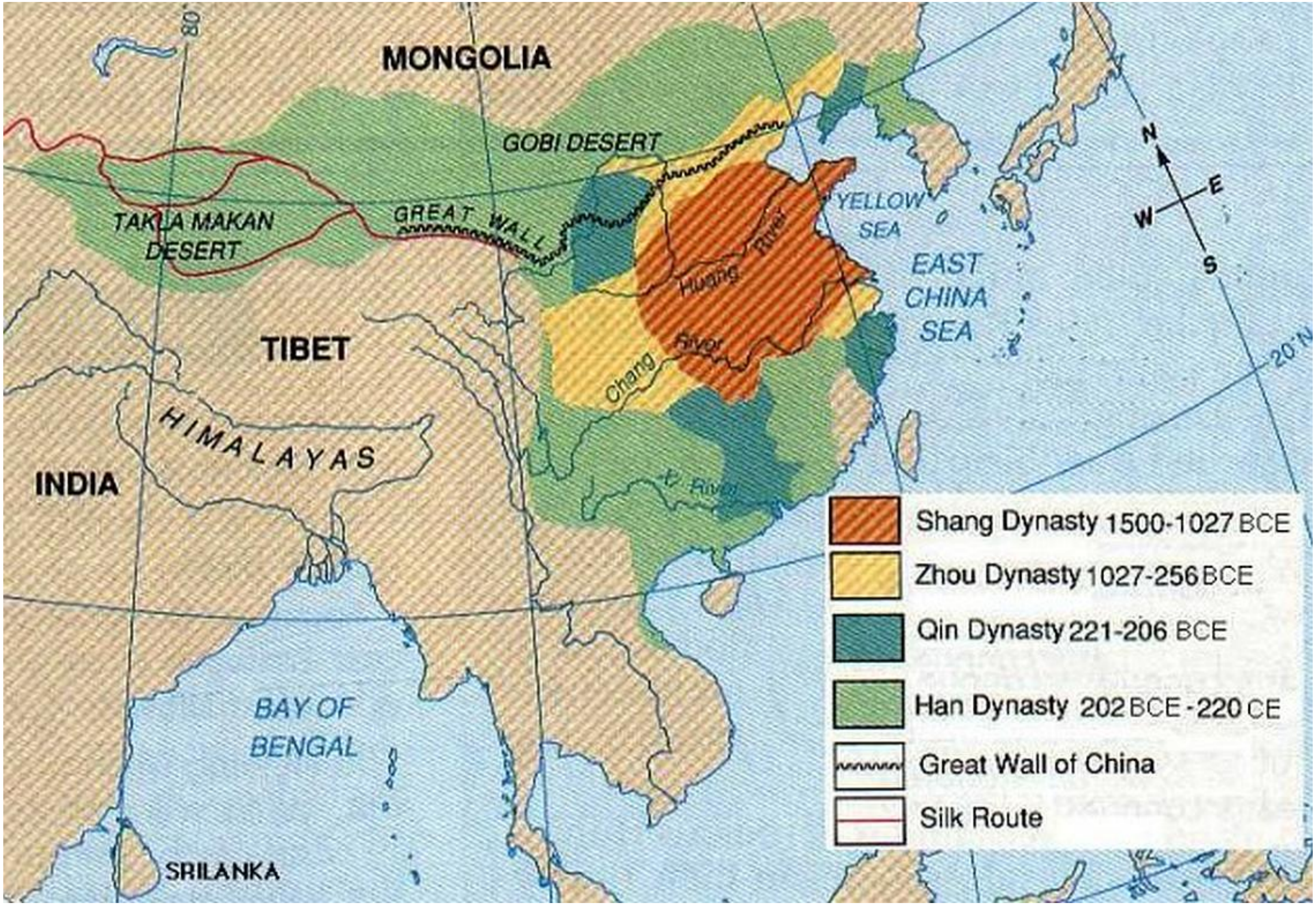


КИТАЙ

Китайская цивилизация возникла в начале II тысячелетия до н.э. в долине рек Янцы и Хуанхэ.

XVII-XI до н.э. – **в эпоху Шан-Инь** возникло первое китайское государство, первые *дошедшие* источники:

– надписи на гадательных костях;

– лунный календарь, существующий до сих пор, в котором солнечный год = 365 дней + ¼ дня.

Иньцы значительно превосходили окружающие их народы с военной точки зрения – у них было профессиональное войско, использовавшее бронзовое оружие, луки, копья и боевые колесницы.

В **XI в. до н.э**. государство было завоёвано коалицией народов во главе с правителем раннего царства Чжоу – У-ваном. Кочевники разрушили царство Инь, но восприняли культуру захваченного народа, и **в царстве Чжоу** «***расцвели сто цветов, соперничали сто школ ученых***» – расцвет науки в древнем Китае.

<u>Конфуций</u> (Кунцзы) 551–479 до н.э.

Возникает математика и астрономия.

Для получения государственной должности чиновники должны были сдавать экзамены и приходилось 7 лет изучать математику.

Китайская нумерация

– основана на аддитивно-мультипликативном принципе;

– иероглифическая, десятичная;

– считали на счетах, напоминающих русские;

– философ Мэн-цзы (IV в. до н.э.) упоминал счет с помощью палочек; после изобретения **отрицательных** чисел стали использовать разные палочки.

Древнекитайская десятеричная система счисления

一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	○	0

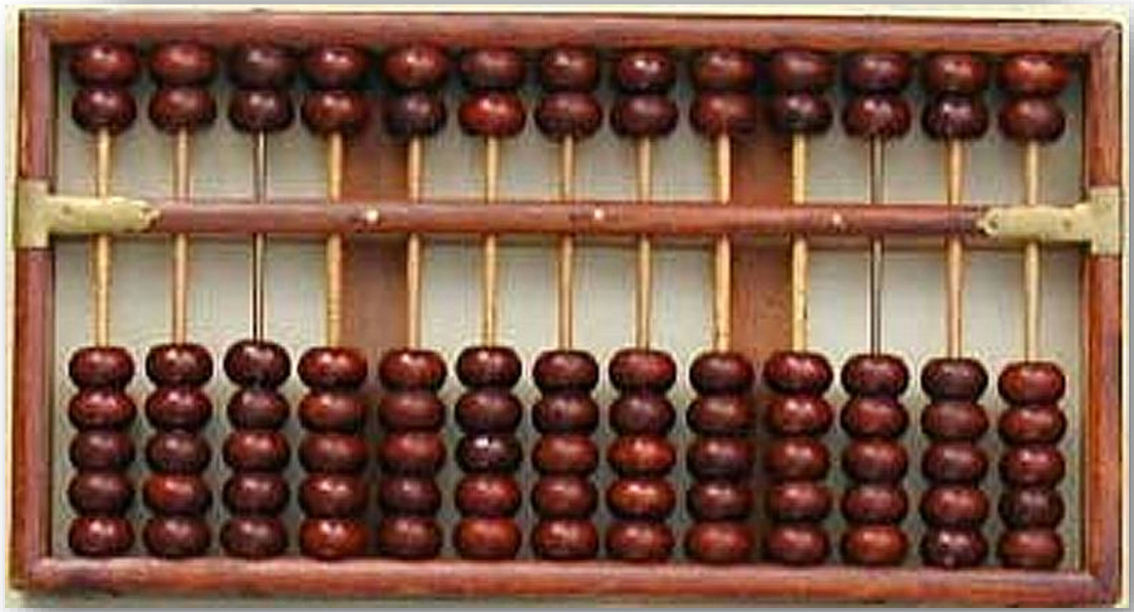
十	百	千	萬
10	100	1 000	10 000

一千 - 1*1 000 = 1000;

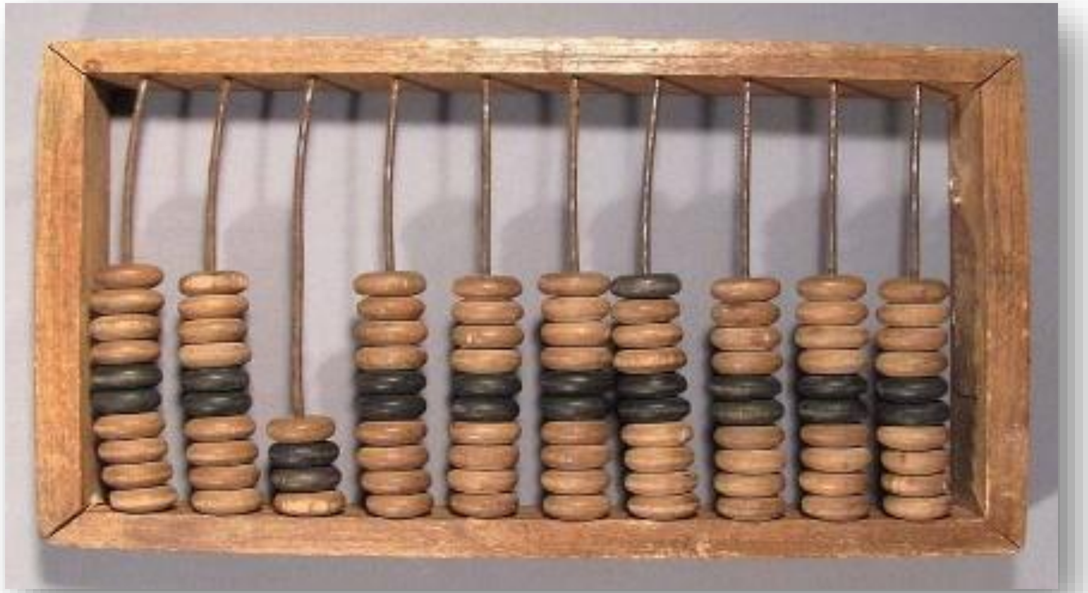
五百四十八 - 5 * 100+4* 10+8 = 548

Китайские счеты

Суаньпань – китайская семикосточковая разновидность абака. Суаньпань представляет собой прямоугольную раму, в которой параллельно друг другу протянуты проволоки или верёвки числом от девяти и более. Перпендикулярно этому направлению суаньпань перегорожен на две неравные части. В большом отделении («земля») на каждой проволоке нанизано по пять шариков (косточек), в меньшем («небо») — по два. Проволоки соответствуют десятичным разрядам. Разработанные методы позволяли быстро производить над числами все 4 арифметические операции, а также извлекать квадратные и кубические корни.



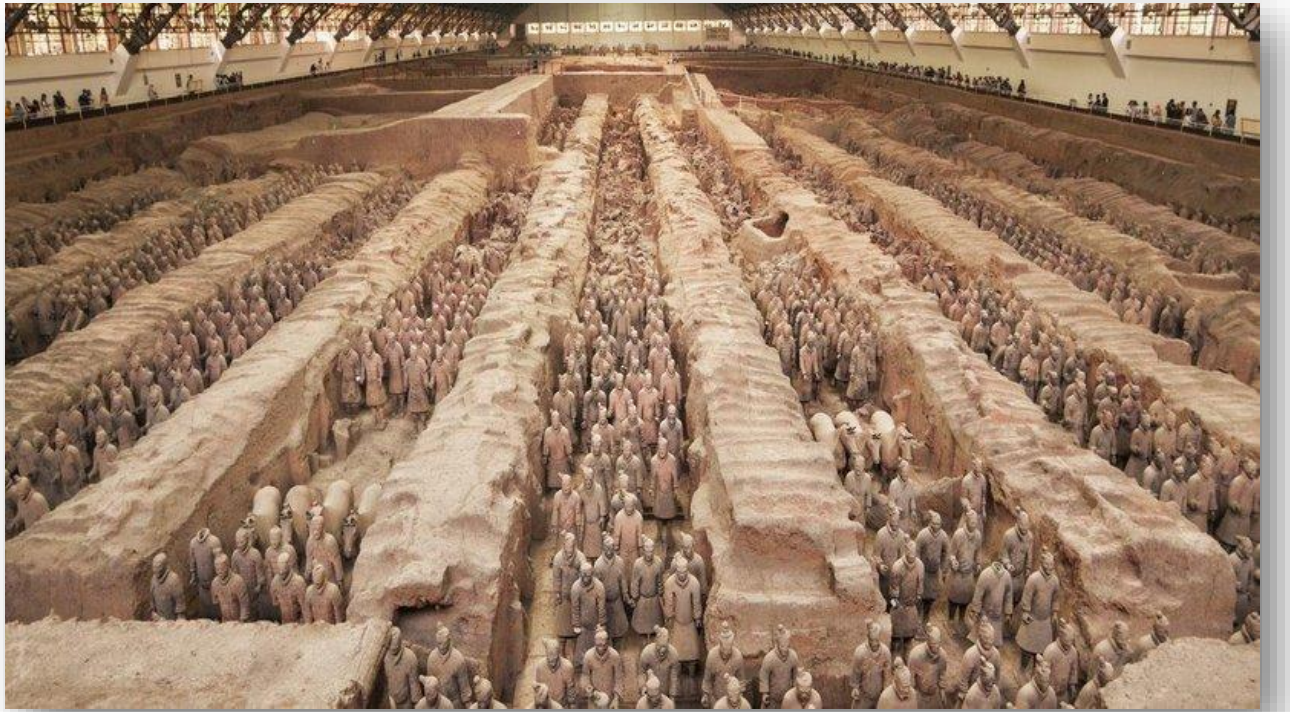
Русские счеты



Двухсотлетней эпохе Воюющих Царств положил конец император **Цинь Ши Хуанди**. К 221 г. до н. э. он установил единоличное господство и вошёл в историю как **правитель первого централизованного китайского государства**. Основанная им династия Цинь, планировавшая править Китаем на протяжении 10 тысяч поколений, была свергнута через несколько лет после его смерти.

В **213 г. до н.э.** **Цинь Ши Хуанди** приказал **сжечь** все **книги** за исключением тех, что трактовали о сельском хозяйстве, медицине и гаданиях, также не были сожжены книги из императорского собрания и хроники циньских правителей.

После его смерти в 210 г. до н.э. философские и математические трактаты стали восстанавливаться.

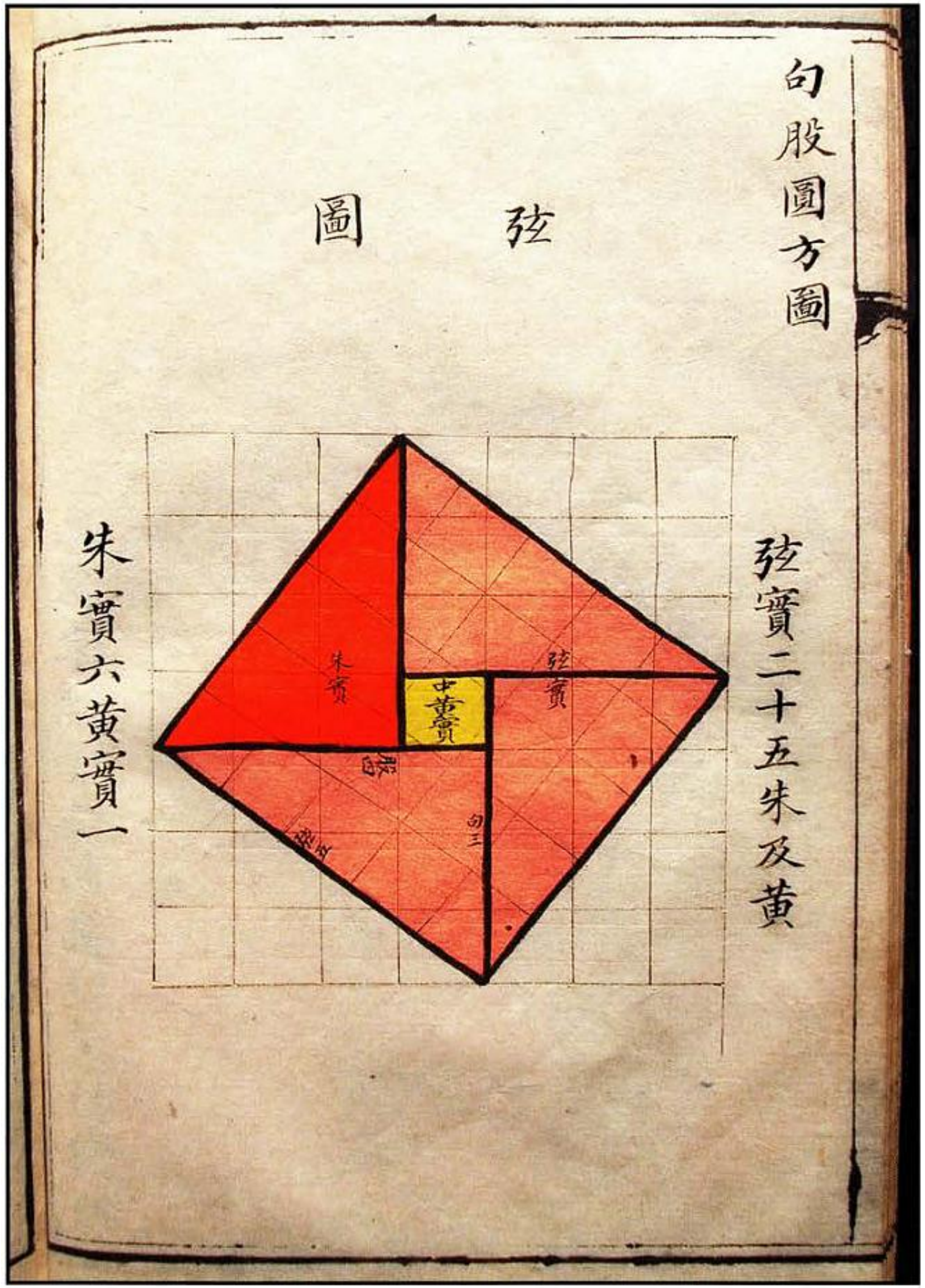



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕСЯТИКНИЖЬЕ –
основа математического образования

1. Астрономо-математический «*ТРАКТАТ О ЧЖОУ-БИ*» дошел в редакции II в. до н.э.

В нем – первое письменное свидетельство о теореме Пифагора в китайской математике: «*Если в угольнике принять ширину (катет **гоу**) за 3, и принять длину (катет **гу**) за 4, то поперечина будет равной 5*».

Собственный текст трактата незначителен, но к нему существуют обширные комментарии **Чжао Цзюнь-Циня** (III в. н.э.), в которых – первое доказательство теоремы Пифагора в китайской математике.



ЧЕРТЕЖ ГИПОТЕНУЗЫ

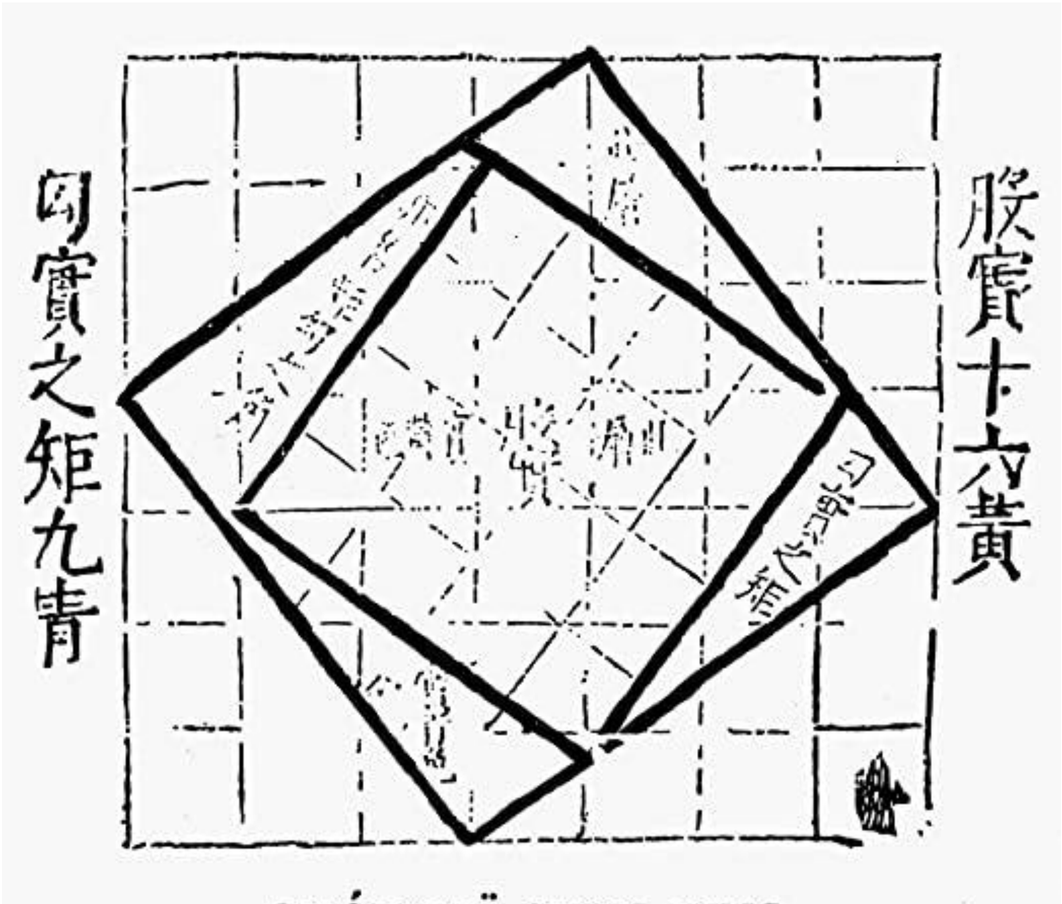
С помощью этого чертежа можно не только доказать формулу квадрата суммы и теорему Пифагора, но и формулу квадрата разности :

$$(a - b)^2 = c^2 - 4\Delta \quad = a^2 + b^2 - 2ab.$$

Это – одно из преимуществ геометрической алгебры, в которой с помощью одного и того же чертежа можно доказывать разные алгебраические утверждения.

В других трактатах в геометрических решениях квадратных уравнений можно разглядеть геометрическое доказательство использовавшейся формулы разности квадратов.

В комментарии Чжао Цзюнь-Циня есть и более общий чертеж для доказательство теоремы Пифагора



CHÓU-PEÏ SUAN-KING

Чжоу-би Суань-цинь

Вторая часть 1го свитка касается «**Великого закона об угольнике**»: *«Кружа угольником, получают круг. Складывая угольники, получают прямоугольник.*

Прямоугольник – это земля, круг – это небо. Небо круглое, земля прямоугольная.

Для вычисления [площади] прямоугольника есть правило, для круга [надо] исходить из прямоугольника»

Также участнику диалога Шан Гао (XII до н.э.) известна теорема: «Прямоугольник, вокруг которого описан круг, делится на два угольника 3;4;5» (Фалес, VI в. до н.э.)

В другом месте трактата о Чжоу-би:

«Площади двух квадратов, построенных на катетах гоу и гу, в сумме составляют 20 и 5, это и есть площадь квадрата, построенного на гипотенузе треугольника. Вот как Фу Си управлял Поднебесной с помощью чисел. Вот откуда возникли числа!»

Т.е. треугольник (3, 4, 5) был известен в 12 в. до н.э., т.к. трактат – диалог двух чиновников того времени, а по их словам, это было известно Фу Си – легендарному правителю III тысячелетия до н.э.

Древнее изображение Нюйвы и Фу Си (справа)

2. «Математика в девяти книгах»

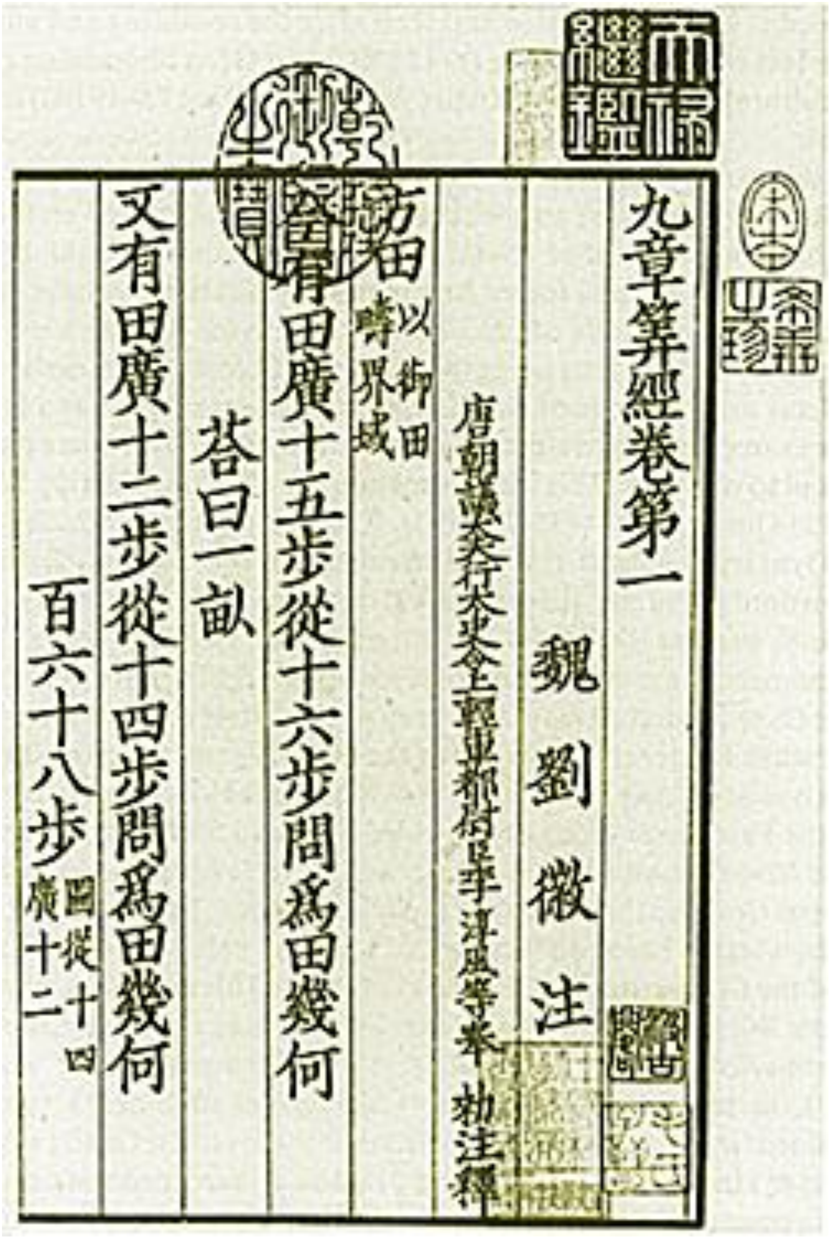
– окончательно отредактирована Чжан Цаном (умер в 150 до н.э.);

– предназначена для землемеров, инженеров, чиновников и торговцев;

– 246 задач изложены догматически: формулировка, ответ, очень краткий способ решения;

– книги имеют различный математический уровень, т.е. написаны в разное время;

– 1957 г. – русский перевод (Э.И. Березкина), 1968 г. – немецкий, 1999 г. – английский, 2004 г. – французский перевод.


九章算經卷第一
魏 劉徽 注
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋
方田 以御田疇界域
今有田廣十五步從十六步問爲田幾何
荅曰一畝
又有田廣十二步從十四步問爲田幾何
荅曰百六十八步 圖從十四 廣十二

1. «*Измерение полей*» – арифметика дробей и вычисление площадей плоских фигур.
2. «*Соотношения между различными видами зерновых культур*» – задачи на пропорции, расчеты норм обмена проса, очищенного пшена и хорошо очищенного пшена.
3. «*Деление по ступеням*» – задачи на деление пропорционально данным числам.
4. «*Шао-гуан*» – геометрическая книга: зная площадь прямоугольника и одну сторону, найти другую; из площади квадрата найти его сторону; из объема куба – ребро; определить диаметры кругов и сфер.
5. «*Оценка работ*» – вычисление объемов стен, каналов, плотин, рвов различной формы (т.е. есть формулы объемов), подсчет числа рабочих.
6. «*Пропорциональное распределение*» – «справедливое» распределение налога и поставок между уездами в зависимости от различных условий и другие арифметические задачи.

7. «***Избыток и недостаток***» – решение линейных уравнений и систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными с помощью правила двух ложных положений. Это правило позже встречается и у арабов, и в Западной Европе.

Для уравнения $ax = b$:

Для вычисления значения x на счетной доске выкладывалась **таблица**

X_1	X_2
Y_1	Y_2

Преимущества:

– не требует алгебраических методов;

– удобно и легко запоминается.

Пусть x_1, x_2 – два «ложных» значения x, обычно $x_1 < x < x_2$.

Тогда ошибки легко вычисляются:

«избыток» $y_1 = ax_1 - b$ (>0)

«недостаток» $y_2 = ax_2 - b$ (<0)

Т.к. $b = ax$, то очевидно $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 - x}{x_2 - x}$, откуда правило

$$x = \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{y_2 - y_1}$$

– формула линейной интерполяции, точная лишь для уравнения первой степени.

Для систем $\begin{cases} a_1x - y = b_1 \\ a_2x - y = b_2 \end{cases}$ **составляется таблица** $\begin{pmatrix} a_1 a_2 \\ b_1 b_2 \end{pmatrix}$, после чего дается ответ $x = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$, $y = \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_2 - a_1}$.

8. «***Фан-чэн***» – название метода решения систем нескольких линейных уравнений с неизвестными.

По существу совпадает с методом Гаусса, но все действия проводятся на счетной доске и в них можно увидеть прообраз действий с матрицами.

Этот метод приводит к (почти) методу определителей Крамера (1750 г.)

9. «***Гоу-гу***» – задачи на теорему **Пифагор**а, теорему Фалеса, а также задачи, сводящиеся к **квадратным уравнениям**: серия систем типа

$$\begin{cases} x^2 \pm y^2 = a \\ y \mp x = b \end{cases}$$

Отрицательные числа в китайской математике

Необходимым условием применения метода **фан-чэн** было ***введение отрицательных чисел***.

Отрицательные числа при счете выделялись палочками другого цвета или формы, а при письме – цветом или косой чертой.

Положительные числа – «**чжэн**»,

Отрицательные числа – «**фу**».

Алгоритм введения нового объекта

1) добивались того, чтобы довести до конца начатые вычисления, т.е. <u>отрицательные числа вводятся формально, с помощью правил оперирования</u>:

$$(\pm a) \mp (\pm b) = \pm(a \mp b) \qquad (\pm a) \mp (\mp b) = \pm(a \pm b)$$

$$0 \mp (+b) = \mp b \qquad 0 \mp (-b) = \pm b;$$

– имеют право на существование только в вычислениях;

– правила для умножения-деления применялись, но не формулировались.

2) изобретение отрицательных чисел позволило расширить класс задач для фан-чэн.

3) истолкование чисел «фу» как долга, недостачи.

3. Другие трактаты **«Математического десятикнижья»,** составленного **Чжень-фэном (VII н.э.)** :

– «**Трактат о морском острове**» **Лю Хуэй** (III в.)

9 задач практической геометрии о расстояниях до недоступных предметов и их размерах.

– «**Метрологический трактат**» **Сунь-цзы** (III в.)

Таблицы, арифметические задачи, системы линейных уравнений и геометрические задачи.

– «**Математический трактат пяти ведомств**» анонимного автора IV в. н.э.; земельное, военное, торговое, амбарное и финансовое дело.

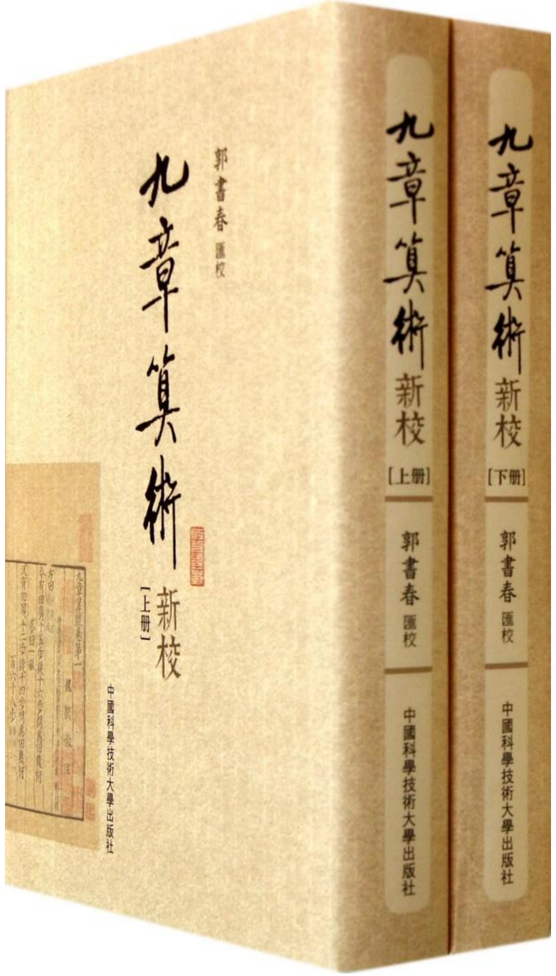
И т.д.

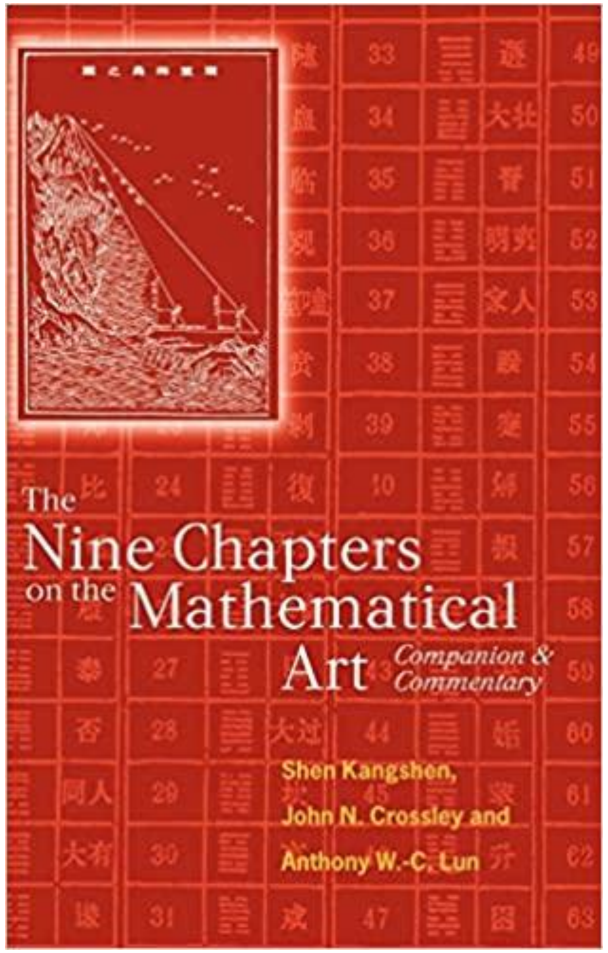
Приближение числа π

До I–III вв. н.э. $\pi=3$.

I н.э.	Астроном Чжан Хен	$\pi=\sqrt{10}$
III н.э.	Полководец Ван Хань	$\pi= 142/45$
III н.э.	Математик Лю Хуэй	$\pi= 3.14159\ldots$
V н.э.	Математик Цзу Чан Чжи	
	$3.1415926 < \pi < 3.1415927$	

Новые издания « Математики в девяти книгах»





Новое китайское издание:
University of Science & Technology China Press
Январь 2014. Два тома. 1040 с.

Новый английский перевод:
Oxford University Press.
Shen Kangshen (Zhejiang University), John Crossley (Monash University).
Январь 2020. 616 с.

ИНДИЯ

Еще в середине III тыс. до н.э. в долине Инда существовала развитая цивилизация (потомки – дравиды Южной Индии).

Во II тыс. до н.э. она была разрушена племенами с Гималаев.

В I тыс. до н.э. существовали рабовладельческие государства, в которых шла борьба за власть между воинами (кшатриями) и священниками (брахманами).

Математика древней и средневековой ИНДИИ

В I тыс. до н.э. появляются священные книги брахманов – «Веды». До нас дошли сочинения, датируемые **VII–V вв. до н.э.**

Некоторые математические сведения есть в комментариям к «Ведам», например, в «**Шульба-сутрах**» – способы построения алтарей и связанные с ними вычисления.

Апастамба

Баудхайана

Манава

Катиайана

Большинство научных трактатов (до 17 в.) написано на санскрите – языке религиозных книг брахманов, объединившем многочисленные народы.

В V в. появляются первые «**Сиддханты**» (Учения), имеющие эллинское происхождение. В VII–VIII вв. они переводятся на арабский язык. В них ***математика – приложение к астрономии***.

Самые известные ученые:

Ариабхата V-VI вв. н.э. «*Ариабхаттам*» 499 г.

Брахмагупта VII в. «*Усовершенствованная наука Брахма*» – важнейшая Сиддханта, состоящая из 20 книг, из них две по математике: 12я – арифметика и геометрия, 18я – алгебра.

Магавира IX в. «*Краткий курс арифметики*»

Бхаскара XII в. «*Сиддханта-широмани*» (Венец учения)

Ариабхаттам

- Дашагитика – система обозначения чисел (10 строф)
- Ганитапада – математика (33 строфы)
- Калакриапада – определение времени (25 строф)
- Голапада – учение о небесной и земной сферах (50 строф)

Многие трактаты написаны в стихах, чтобы легче учить. Очень много доказательств и решений типа «Смотри!».

Индийская нумерация – десятичная позиционная, создана в VI в. н.э. , в VIII в. н.э. появился ноль (шунья – сыфр – ciffra). Наряду с цифровой записью еще в V в. н.э. существовала и словесная система обозначения чисел.

Арифметика: $\pm$, умножение: квадрат, куб, корень квадратный, корень кубический;

– вычисления на счетной доске, покрытой песком или пылью – «дхули-карма» (работа с пылью);

– были задачи на пропорции, прогрессии, проценты…

В **алгебре** символика богаче, чем у Диофанта, для символа – первый слог соответствующего термина. Начиная с Брахмагупты (VII в. н.э.), использовались **отрицательные числа** (долг).

У Магавиры (850 г.) есть утверждение о том, что квадратных корней из положительного числа два – положительный и отрицательный, а корень из отрицательного числа не существует.

Хотя задачи на **квадратные уравнения** есть уже в «Ведах» и «Шульба-Сутрах», впервые их решение появляется у Ариабхаты (V–VI вв.). Брахмагупта дал общее правило для $ax^2+bx=c$.

Из календарно-астрономических задач появляются и **неопределенные уравнения:** Бхаскара (XII в.) изучал уравнение Пелля $x^2-2y^2=1$ и некоторые другие, НО всегда ограничивался одним решением.