I. Период накопления математических знаний

Культура и история создают иллюзию, что мы хорошо знаем свое прошлое, однако летописная история европейских цивилизаций насчитывает немногим более двух тысяч лет, а первые сохранившиеся памятники письменности древнегреческой культуры – поэмы Гесиода и Гомера относят нас еще на VIII-IX веков назад. В подлинности событий, описанных в поэмах Гомера, после археологических находок Генриха Шлимана сомневаться не приходиться. Не менее ясно, что **историческая картина** этого периода охватывает не все страны и события – она **фрагментарна**. И пока не видно, что помешает ей навсегда остаться таковой.

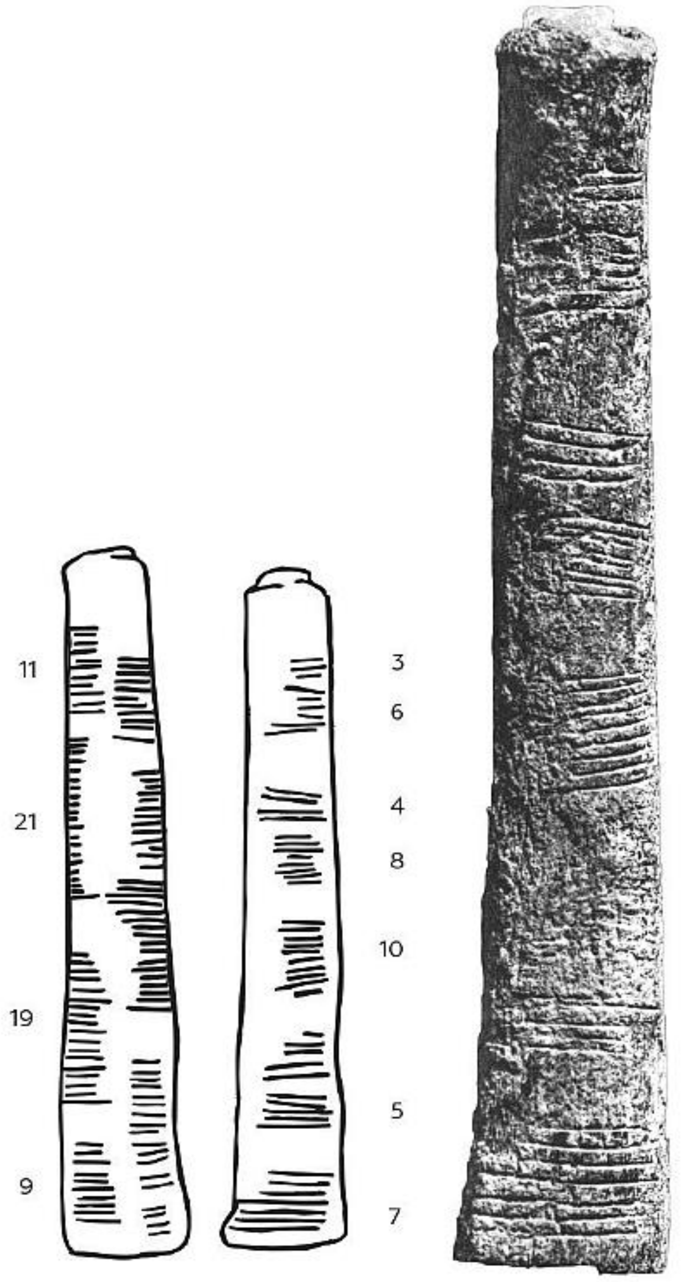
Непонятно, на что можно рассчитывать – методы археологического датирования предполагают наличие письменных источников, а косвенные методы (дендрохронология, **радиоуглеродное датирование**) опираются на предварительную калибровку по находкам известного возраста и для истории часто недостаточно точны.

Первые знаки нельзя считать ранними примерами записи чисел. Это просто царапины, метки, выражающие числа в виде серии насечек, например ||||||||||||| для обозначения 13. Самая древняя из известных на сегодняшний день таких надписей – 29 насечек на бедренной кости бабуина, сделанная 37 тыс. лет назад. Эту кость нашли в пещере в горах Лебомбо, на границе между Свазилендом и ЮАР. Место называется Пограничной пещерой, а артефакт – костью Лебомбо.

В отсутствие машины времени нельзя с уверенностью утверждать, что означал каждый символ, но можно делать обоснованные предположения. В лунном месяце 28 дней, значит, насечки, должно быть, связаны с фазами Луны.

В Европе обнаружены похожие артефакты. Пятьдесят семь насечек на волчьей кости из бывшей Чехословакии разбиты на 11 групп по пять с двумя лишними; этой находке 30 тыс. лет. Дважды по 28 будет 56: это может быть обозначение для двухмесячного лунного отрезка времени. И снова у нас нет способа проверить это предположение. Но насечки явно что-то значат, их сделали не просто так.

Еще одна древняя математическая запись, на кости Ишанго из Заира, была сделана 25 тыс. лет назад (прежняя оценка в 6000–9000 лет пересмотрена учеными в 1995 г.). На первый взгляд эти царапины по краям кости кажутся случайными, но здесь может быть скрытый смысл. Один ряд состоит из простых чисел от 10 до 20: это 11, 13, 17 и 19, и в сумме они дают 60. В другом ряду мы видим 9, 11, 19 и 21, что также в сумме равно 60. Третий ряд представляет способ умножения двух чисел: одно из них несколько раз удваивают, а другое делят пополам. Но не исключено, что всё это лишь совпадение или что кость Ишанго – древний лунный календарь.



Кость Ишанго: насечки и представленные ими числа

Кость Ишанго

В 1960 г. бельгийский геолог и путешественник Жан де Хайнцелин де Брокур (1920–1998) обнаружил на территории современной Демократической Республики Конго кость павиана с нанесенными на нее отметками.

Сначала предполагалось, что кость Ишанго является обычной счетной рейкой, использовавшейся африканцами каменного века. Однако, по мнению некоторых ученых, последовательность насечек свидетельствует о том, что математические способности ее владельца могли превосходить простые навыки счета объектов.

Основные математические понятия «число», «геометрическая фигура», «величина» возникли задолго до появления математических текстов, и все – **из практики**. Предшествовал этому ***чувственный счет***.

Натуральный обмен привел к понятию взаимно-однозначного соответствия и потребовались ***эталоны счета***: *естественные* (пальцы) и *искусственные* (палочки, камешки…).

Первая ***система счисления*** – словесная. Например, в древней Индии,

1 единица	– Луна, Земля, Брахма
2 два	– близнецы, глаза, руки
5 пять	– чувства, стрелы бога любви Камадевы
6 шесть	– запахи
7 семь	– горы
8 восемь	– боги и т.п.

Это – этап счета при помощи ***конкретных чисел***. Потом выделили только одну совокупность: руки-ноги.

А. Лебег: «*Если бы люди имели 11 пальцев, была бы принята одиннадцатиричная система счисления*».

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

А: **непозиционные**

В: **позиционные**

иероглифические *алфавитные*

I египетская

II греческая ионическая

III вавилонская шестидесятичная

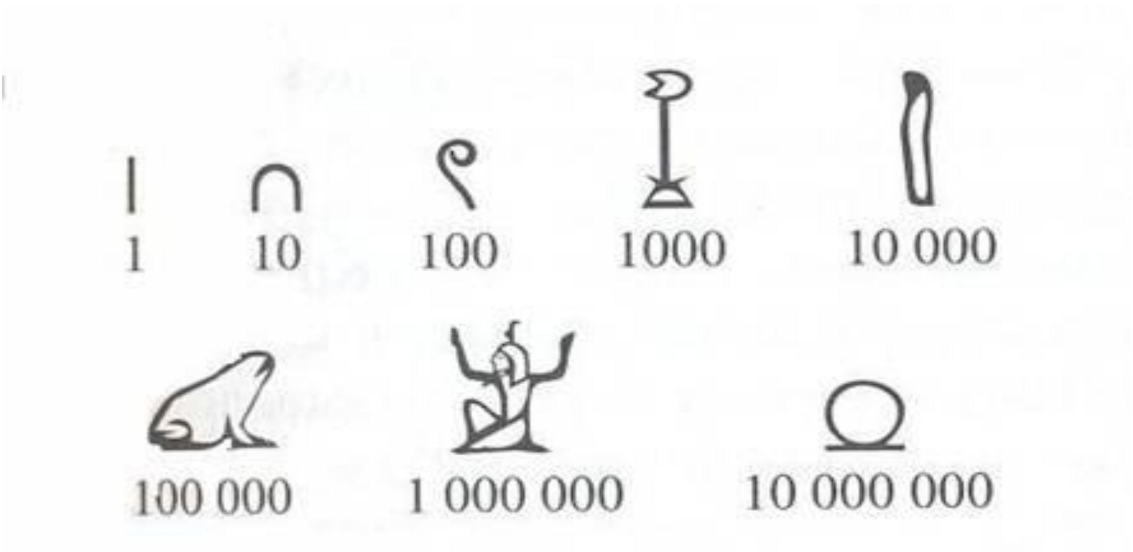
греческая аттическая
римская
финикийская
пальмирская
критская
сирийская
старо-китайская
старо-индусская

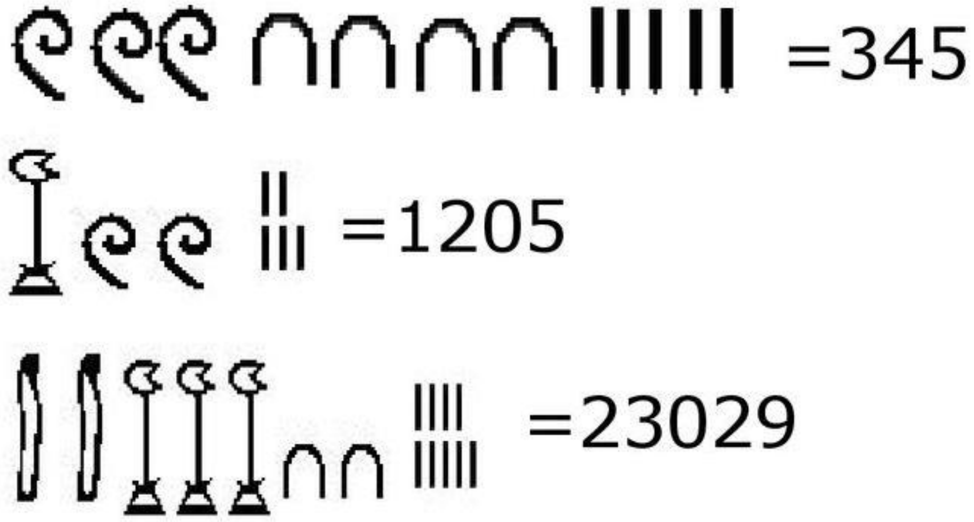
древнеславянская
еврейская
арабская
грузинская
армянская

двоичная
современная (индийская)
десятичная
племени майя

Египетская нумерация

1 ЗАРУБКА
10 ПУТЫ для стреноживания коров
100 МЕРНАЯ ВЕРЕВКА
1 000 ЦВЕТОК ЛОТОСА
10 000 ПОДНЯТЫЙ ПАЛЕЦ
100 000 ЛЯГУШКА (головастик)
1 000 000 ЧЕЛОВЕК с поднятыми вверх руками
10 000 000 Египтяне поклонялись Амону Ра, богу Солнца, и, наверное, поэтому самое большое свое число они изобразили в виде ВОСХОДЯЩЕГО СОЛНЦА





Барельеф в Карнаке

Плита с гробницы принцессы Неферетиабет (2590—2565 до н. э., Гиза). Лувр

Греческая аттическая нумерация

1	Ι		5	Π Γ	πέντε
10	Δ	δέκα	50	𐅄	
100	Η	ἑκατόν	500	𐅅	Fractions:
1000	Χ	χίλιοι	5000	𐅆	¼)
10000	Μ	μύριοι	50000	𐅇	½ (

ΗΗ𐅄ΓΙ	256
ΗΗΗ𐅄ΔΔΔΙΙ	382
ΧΧ𐅄Ι	2051
𐅆ΧΧ𐅅ΗΗΗ	7800

Древнекитайская десятеричная система счисления

一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	○	0

十	百	千	萬
10	100	1 000	10 000

一千 - 1*1 000 = 1000;

五百四十八 - 5 * 100+4* 10+8 = 548

Греческая ионическая нумерация

Греческий числовой алфавит

Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы
1	$\overline{\alpha}$	альфа	10	$\overline{\iota}$	иота	100	$\overline{\rho}$	ро
2	$\overline{\beta}$	бета	20	$\overline{\kappa}$	каппа	200	$\overline{\sigma}$	сигма
3	$\overline{\gamma}$	гамма	30	$\overline{\lambda}$	ламбда	300	$\overline{\tau}$	тау
4	$\overline{\delta}$	дельта	40	$\overline{\mu}$	мю	400	$\overline{\upsilon}$	ипсилон
5	$\overline{\varepsilon}$	эпсилон	50	$\overline{\nu}$	ню	500	$\overline{\phi}$	фи
6	$\overline{\varsigma}$*	стигма, дигамма	60	$\overline{\xi}$	кси	600	$\overline{\chi}$	хи
7	$\overline{\zeta}$	дзета	70	$\overline{o}$	омикрон	700	$\overline{\psi}$	пси
8	$\overline{\eta}$	эта	80	$\overline{\pi}$	пи	800	$\overline{\Omega}$	омега
9	$\overline{\theta}$	тэта	90	$\overline{Q}$*	копа	900	$\overline{ϡ}$*	сампи, саде

Славянская нумерация

Названия больших чисел в славянской нумерации

	Тысяча	1000
	Тьма	10 000
	Легион	100 000
	Леодр	1 000 000
	Ворон	10 000 000
	Колода	100 000 000

Тьма
10^6

Легион
10^{12}

Леодр
10^{24}

Ворон
10^{48}

Колода
10^{49}

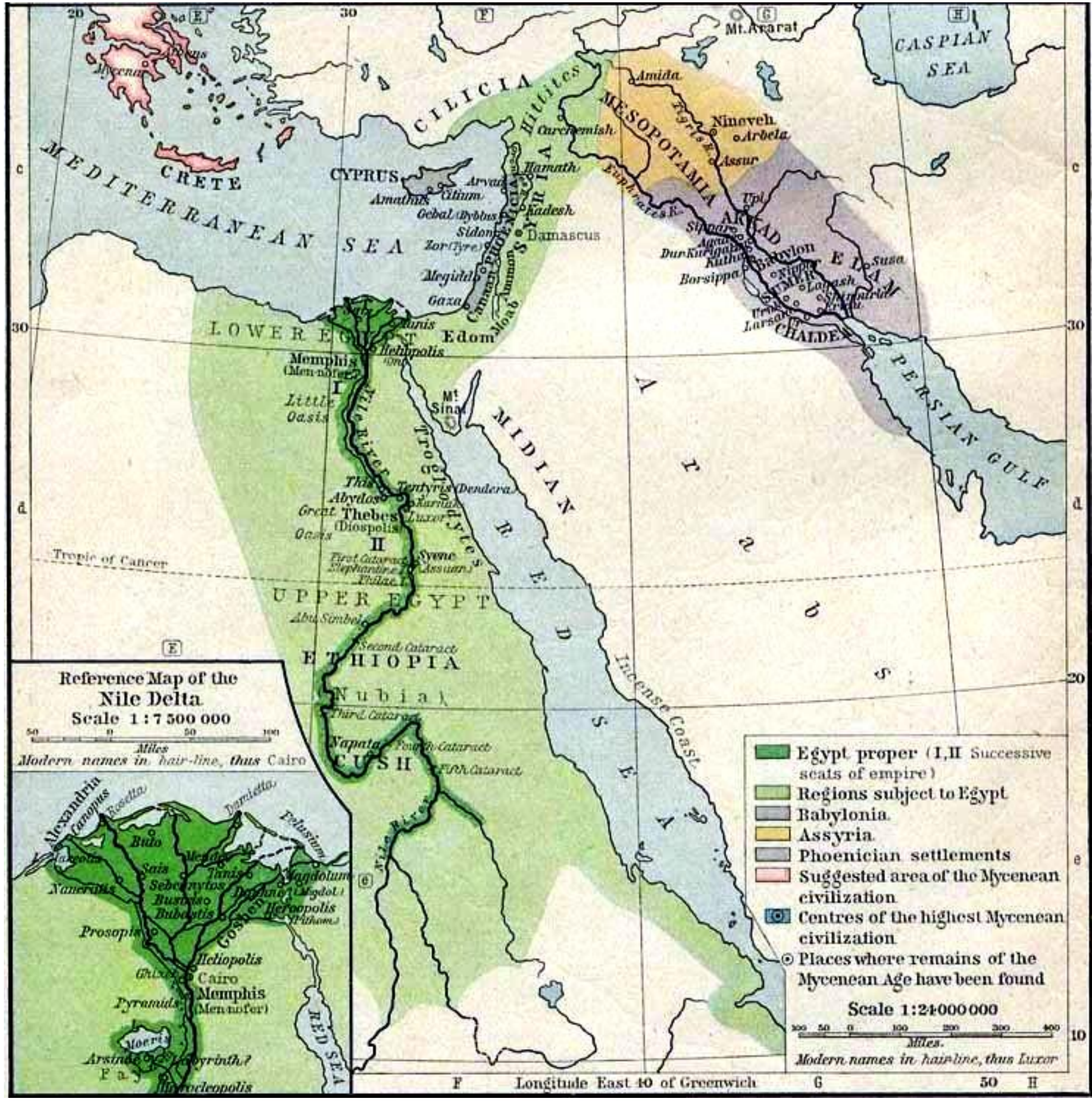
Суздаль

Александров

Вавилонская клинопись

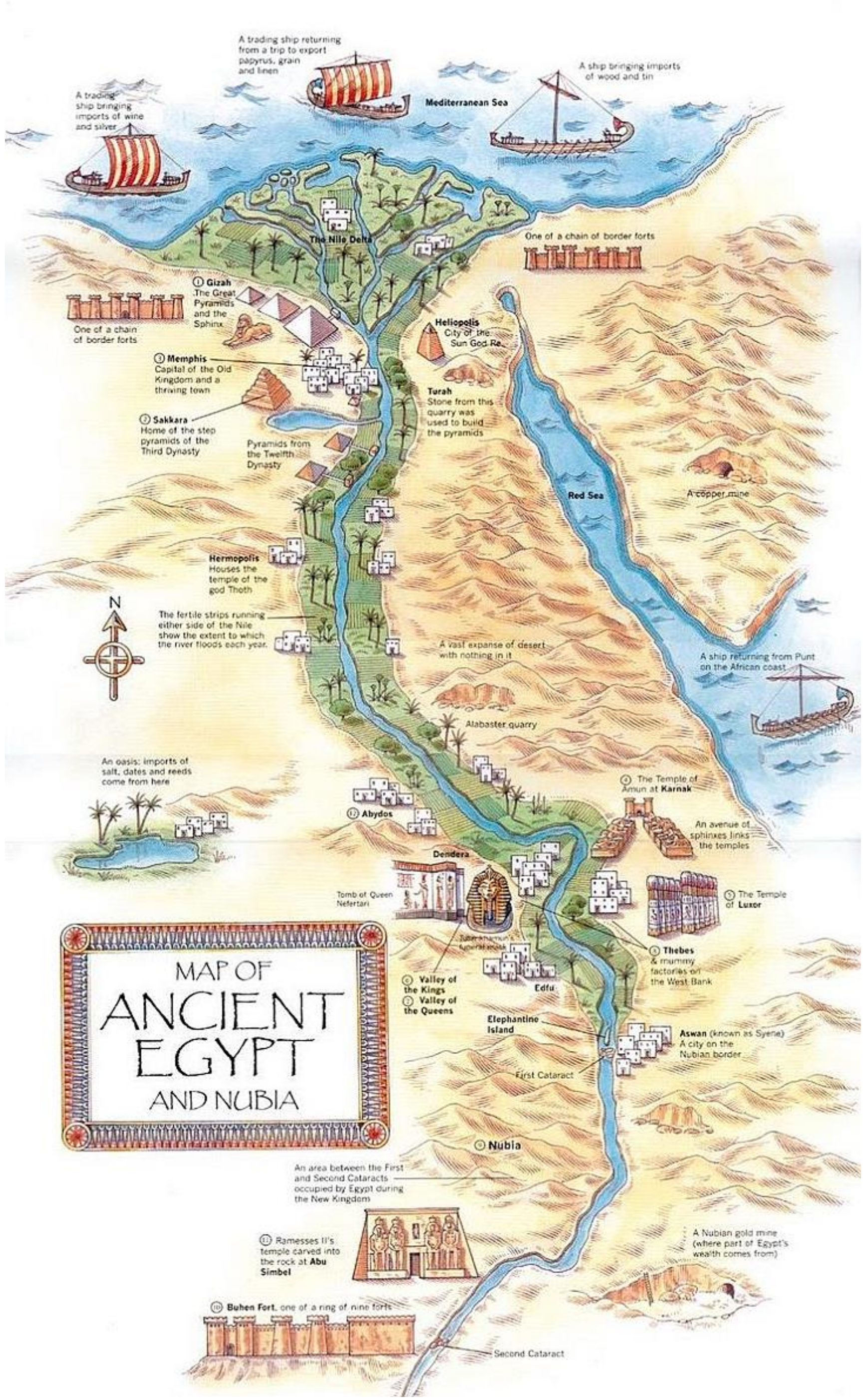
Древний Египет

Отсутствие четкой хронологии раннего человечества не наносит серьезного ущерба истории естествознания, т.к. вряд ли можно всерьез говорить о научных достижениях **до установления оседлого образа жизни**, основанного на земледелии. Земледелие же возникло не позднее IV тысячелетия до н.э. в Месопотамии и Египте благодаря тому, что орошаемые Тигром, Евфратом и Нилом земли были настолько плодородны, что выращивание пшеницы стало занятием более легким и выгодным, чем кочевое скотоводство.



И Египет, и Вавилон были ***земледельческими*** государствами. Хорошие урожаи можно было получать только при условии регулирования разливов и осушения болот. Решение этих важных задач потребовало от населения ***совместных усилий***, что и привело к ***возникновению крупных государств*** в отличие от мелких общин, к появлению централизованного управления, централизованной религии.

Возникло немало профессий и специальностей – ремесленники, солдаты, писцы и жрецы. Руководство же общественными работами стало находиться в руках ***группы людей, которые хорошо разбирались*** в вопросах, связанных со сменой времен года, движением небесных светил, землеустройства, взимания налогов и т.п.



Практически все древние культуры возникали в долинах крупных рек, где природные и климатические условия благоприятствовали жизни и деятельности человека.

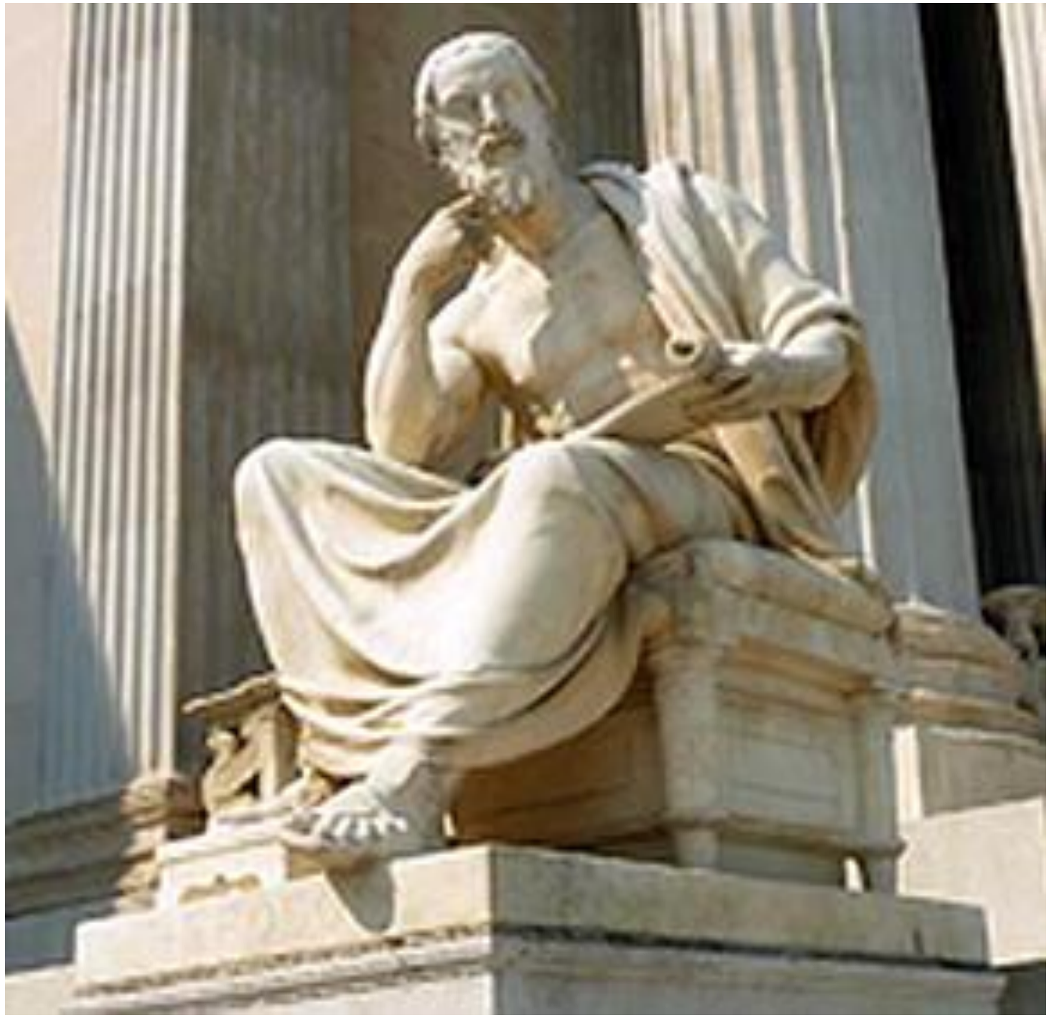
Египетское царство возникло в долине самой крупной реки Африки – Нила. История любого государства – это история борьбы за власть и история древнего Египта подтверждает это еще раз. Для нас важно отметить, что на протяжении нескольких тысячелетий ***культура Египта развивалась без внешних влияний***, что и определило самобытность ее характера.

Прокл Афинский (V в. н.э.):

Согласно большинству мнений, геометрия была впервые открыта в Египте и имела свое происхождение в измерении площадей.

Геродот (между 490 и 480 – ок. 425 до н.э.):

“Они [египетские жрецы] говорили, что царь разделил землю между всеми египтянами, дав каждому по равному прямоугольному участку; из этого он создал себе доходы, приказав ежегодно вносить налог.



Если же от какого-нибудь надела река отнимала что-нибудь, то владелец, приходя к царю, сообщал о происшедшем. Царь же посылал людей, которые должны были осмотреть участок земли и измерить, насколько он стал меньше, чтобы владелец вносил с оставшейся площади налог, пропорциональный установленному.

Мне кажется, что ***так и была изобретена геометрия****, которая затем из Египта была перенесена в Элладу”.*

Основные источники

1. **Папирус Ринда** (Rhind), названный так по имени своего первого владельца. Он был открыт в 1858 г. и впервые расшифрован и издан в 1870 г. Этот папирус представляет собой узкую (**33 см**), но длинную (**5,25 м**) полоску папирусной бумаги, содержащую **84 задачи**. Теперь одна его часть хранится в Британском музее в Лондоне, а другая находится в Нью-Йорке.

2. **Московский папирус**, примерно той же длины (**5,44** м), но более узкий (**8** см), содержащий **25 задач**. Его в декабре 1888 г. приобрел в Луксоре русский востоковед В.С. Голенищев, а теперь он принадлежит Государственному музею изобразительных искусств им. А.С. Пушкина в Москве.

3. Кожаный свиток египетской математики, с большим трудом распрямленный в 1927 г. и проливший свет особенно на египетскую арифметику. Ныне он хранится в Британском музее.

Папирус Ринда

Датировка источников

Все рукописи относятся к эпохе Среднего царства (XX–XVII вв. до н.э.) и были составлены, вероятнее всего, для учебных целей.

Папирус Ринда переписан писцом Ахмесом около 1650 г. до н.э. и, как сказано в нем, посвящен “*совершенному и основательному исследованию всех вещей, пониманию их сущности, познанию их тайн*”, – именно так высоко ценились в то далекое время математические знания. Автор **оригинал**а так же неизвестен, известно лишь, что он был написан **во второй половине XIX в. до н.э**.

Московский папирус был переписан неким учеником во времена гиксосов (ок.1800–1600 гг. до н.э.) с более древнего текста, относящегося к 1900 г. до н.э.

Кожаный свиток датируется примерно **XIX–XVIII вв. до н.э**.

В эпоху Древнего царства (XXVIII–XX вв. до н.э.) египтяне писали при помощи **иероглифов** (от греческих слов $\iota\varepsilon\rho o\varsigma$ – священный и $\gamma\lambda\upsilon\varphi\eta$ – резьба). Каждый иероглиф представляет собой маленький рисунок, соответствующий некоторому слову или слогу.

Позже, в эпоху Среднего царства, вместо каждого иероглифа стали изображать лишь несколько характерных штрихов – так возникло **иератическое** письмо.

И, наконец, в эпоху Нового царства появилось скорописное **демотическое** письмо. Так что уже по тому, какое письмо использовал автор, исследователи могут судить о том, в какое время мог быть написан тот или иной документ.

В качестве иллюстрации – слайд о дробях в египетской математике.

Дроби в египетской математике

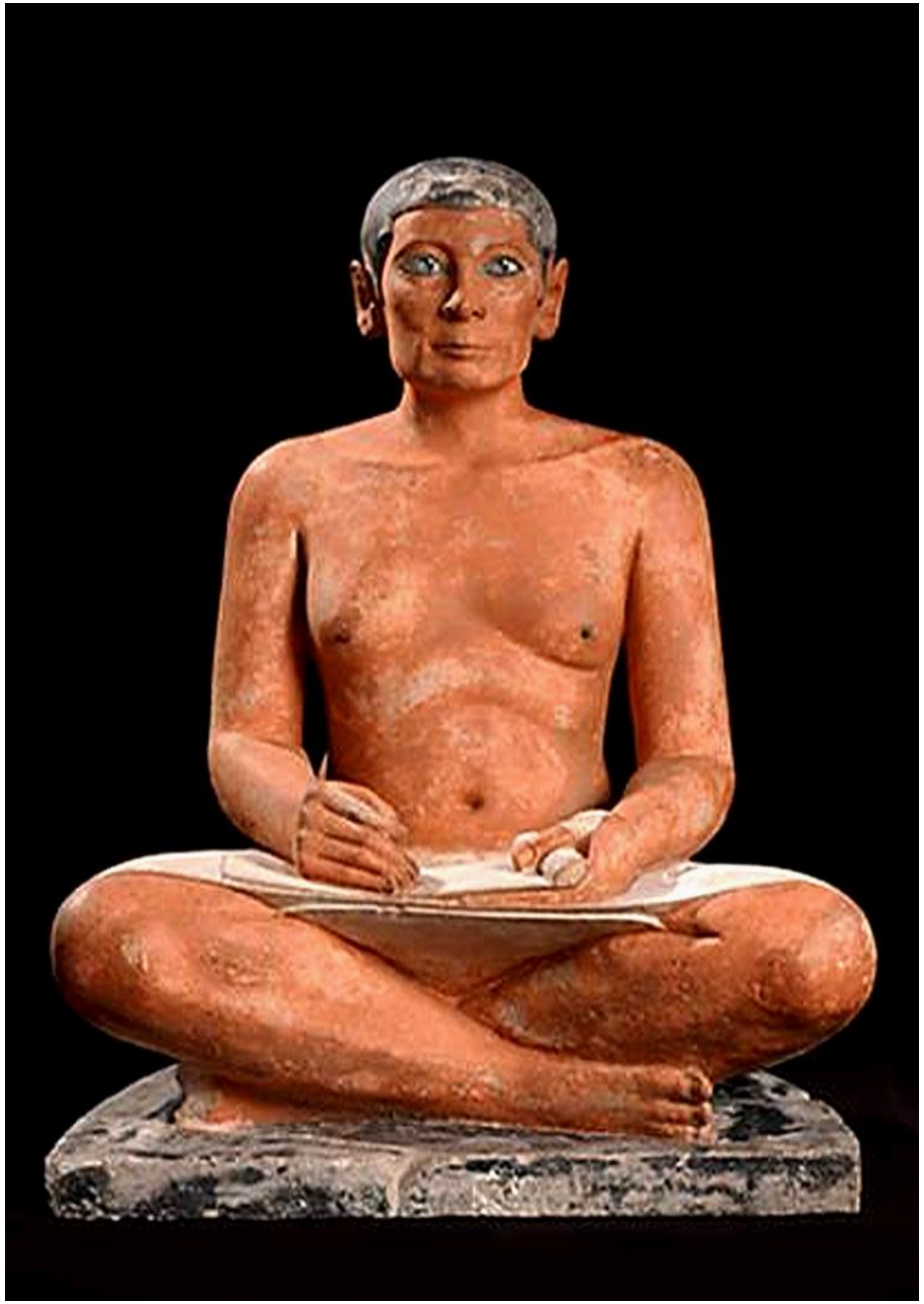
В 2013 г. в старой гавани Вади-эль-Джарф на побережье Красного моря были обнаружены несколько свитков папируса. Некоторые из них были фрагментарными, другие имели длину до нескольких метров. Все они содержали тексты, написанные иероглифами или иератиками — скорописью, которую древние египтяне использовали для повседневного общения.

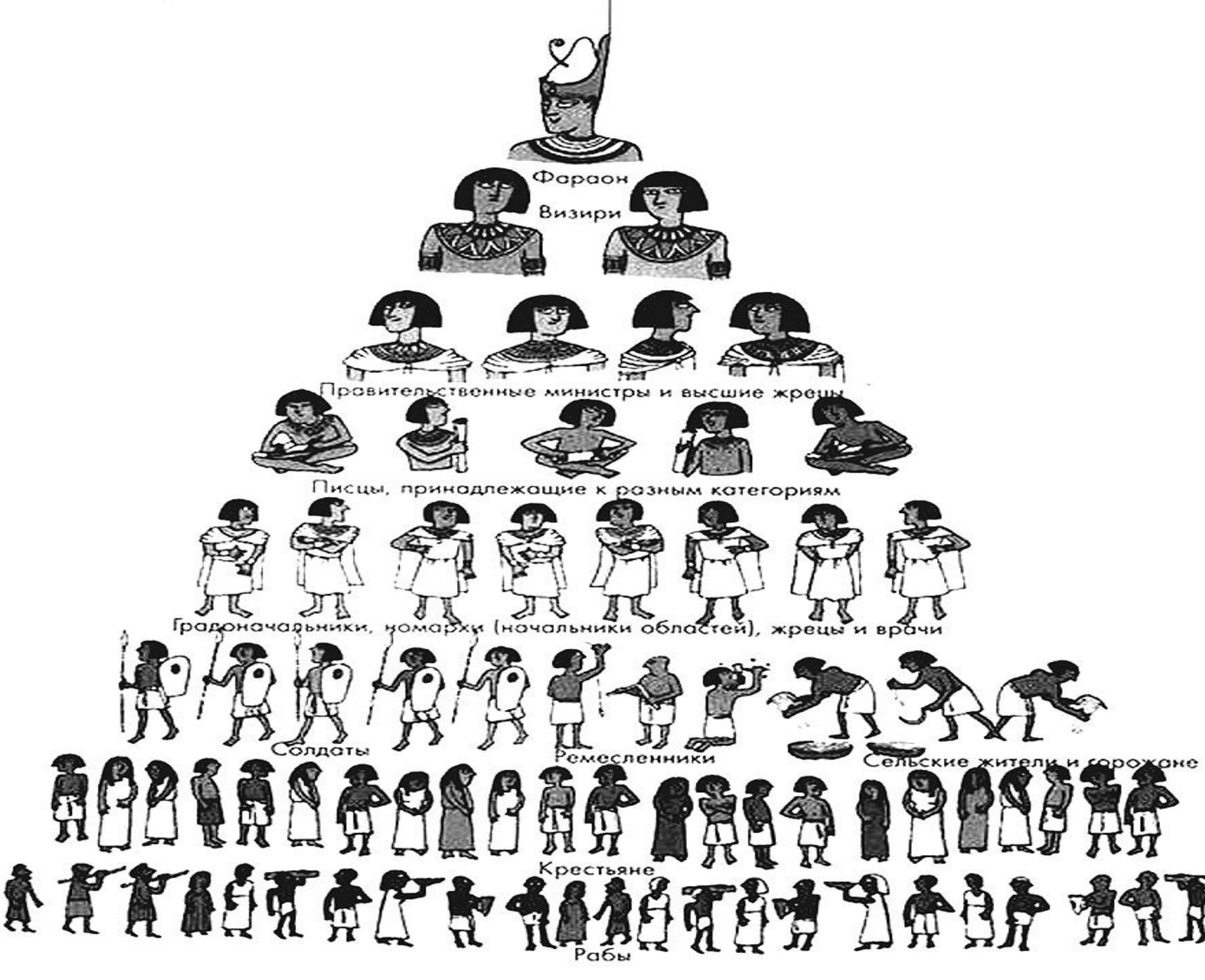
Датированы исторические документы были «годом после 13-го подсчёта скота» во время правления фараона Хуфу (**Хеопс** 2589—2566 гг. до н. э.), что означает около 27 года его царствования. Таким образом эти папирусы становятся самими **древними историческими записями на Земле** из когда-либо найденных.

Расшифровка текстов показывает, что написаны они были людьми, строившими Великие пирамиды. Это – счета за продукты, рабочие сметы и распоряжения и т.п. Были описания всех произведённых действий. В документах было указано, что в возведении величественных египетских пирамид принимали участие более двух десятков тысяч человек.


B

Для кого предназначались математические папирусы




Фараон
Визири
Правительственные министры и высшие жрецы
Писцы, принадлежащие к разным категориям
Градоначальники, номархи (начальники областей), жрецы и врачи
Солдаты
Ремесленники
Сельские жители и горожане
Крестьяне
Рабы

В одном из древних папирусов, представляющем собой наставление некого египтянина Дуау его сыну Пиопи, в красочных выражениях рисуется безотрадная жизнь крестьянина, каменщика, садовника и людей других профессий. Своему же сыну Дуау прочит карьеру писца, о чем пишет так:

“Обрати свое сердце к книгам... Как в воде, плавай в книгах – ты найдешь там наставление: “если писец находится при дворе, он не будет в нем нищим, но насытится”. Я не знаю другой должности, которая могла бы дать повод к подобному изречению, поэтому внушаю тебе ***любить книги, как родную мать,*** *и излагаю тебе все преимущества знающих их”.*


Писцы + вели в суде записи показаний. Они составляли различные договоры, например завещания, брачные и деловые контракты.
Судьи
Взятки запрещались, хотя один текст гласит, что для того, чтобы одержать победу в суде, нужно «золото и серебро для писцов в суде и одежды для служителей».
Все свидетели давали клятву. Каждый заподозренный во лжи подвергался телесным наказаниям.
Свидетели подвергались перекрестному допросу, и их показания тщательно записывались.

“Я хочу объяснить Тебе, в чем Твоя сущность, когда Ты говоришь: “Я полномочный писец войска”.

Тебе дают озеро, которое Ты должен выкопать. Тогда Ты приходишь ко мне, чтобы осведомиться насчет провианта для солдат. Ты говоришь: “Вычисли его мне”.

Ты неисправен по своей должности, и то, что я Тебя должен поучать выполнению Твоих обязанностей, обрушится на Твой же затылок.

Иди сюда, я скажу Тебе кое-что в дополнение к тому, что Ты сказал. Я ставлю Тебя в затруднительное положение, когда я [заставляю Тебя представить следующее]: Ты – царский писец, Ты приведен к окну [для аудиенции] для какого-нибудь замечательного дела...

Необходимо сделать укрепление в 730 локтей длины и 55 локтей ширины, состоящее из 120 ящиков, наполненных балками и камышом; в верхней части его высота 60 локтей, в середине 30 локтей с ... в 15 локтей, и его ... имеет 5 локтей. Спрашивают у генералов, сколько для этого укрепления потребно кирпичей, и собрались все писцы, и ни один из них ничего не знает, они все полагаются на Тебя и говорят: “Мой друг, Ты – опытный писец, так реши же быстро для нас”... ***Не допусти, чтобы о Тебе сказали: “Есть также и такие вещи, которых и Ты не знаешь”.***

Все **правила счета** древних египтян основывались на умении складывать, удваивать и дополнять дроби до единицы, а значит, операции умножения и деления им приходилось сводить к операции сложения.

Задача папируса Ринда

Умножение:

13×12

/1	12
2	24
/ 4	48
/ 8	96
С у м м а	156

Деление производилось как действие, обратное умножению. В задаче 69 папируса Ринда, в которой требуется разделить 1120 на 80, указание гласит: “Умножай 80, пока не получишь 1120”.

1	80
/10	800
2	160
/4	320
	1120

С помощью операций ***удвоения*** и ***раздвоения*** египетский вычислитель мог разделить два целых числа в том случае, когда деление происходит с остатком, но делитель является какой-то степенью числа 2.Чтобы разделить 19 на 8, потребуется таблица:

1	8
/ 2	16
1/2	4
/ 1/4	2
/ 1/8	1

Если же ***делитель не был степенью числа 2***, то результат не мог быть получен только одним процессом раздвоения. Вычислитель в “подходящий” момент прерывал образование половин и для оставшейся части подыскивал “удобные” аликвотные дроби. ***Ответ*** в таких случаях вовсе ***не обязательно*** бывал ***однозначным***.

В связи с выполнением операции деления в древнем Египте возникла теоретико-числовая задача ***о разложении дроби в сумму аликвотных*** – задача, не имеющая единственного решения, которую древние математики пытались решить эмпирически, в несколько этапов.

Она была сведена к составлению **таблицы канонических разложений для дробей 2/*n*** и именно этой таблицей начинается папирус Ринда. Задачи, связанные с отысканием разложений различных дробей, а также различных соотношений между ними, содержатся в большом количестве и в Кожаном свитке.

Действия с дробями представляют самую замечательную ***особенность египетской арифметики***, однако, каким образом были получены многие из разложений в упомянутой таблице и почему из нескольких вариантов выбран один единственный, до сих пор остается неясным.

Таблица разложения дробей 2/*n* из папируса Ринда

2/3 = 1/2 + 1/6
2/5 = 1/3 + 1/15
2/7 = 1/4 + 1/28
2/9 = 1/6 + 1/18
2/11 = 1/6 + 1/66
2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104
2/15 = 1/10 + 1/30
2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68
2/19 = 1/12 + 1/76 + 1/114
2/21 = 1/14 + 1/42
2/23 = 1/12 + 1/276
2/25 = 1/15 + 1/75
2/27 = 1/18 + 1/54
2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232
2/31 = 1/20 + 1/124 + 1/155
2/33 = 1/22 + 1/66
2/35 = 1/30 + 1/42

2/37 = 1/24 + 1/111 + 1/296
2/39 = 1/26 + 1/78
2/41 = 1/24 + 1/246 + 1/328
2/43 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301
2/45 = 1/30 + 1/90
2/47 = 1/30 + 1/141 + 1/470
2/49 = 1/28 + 1/196
2/51 = 1/34 + 1/102
2/53 = 1/30 + 1/318 + 1/795
2/55 = 1/30 + 1/330
2/57 = 1/38 + 1/114
2/59 = 1/36 + 1/236 + 1/531
2/61 = 1/40 + 1/244 + 1/488 + 1/610
2/63 = 1/42 + 1/126
2/65 = 1/39 + 1/195
2/67 = 1/40 + 1/335 + 1/536
2/69 = 1/46 + 1/138

2/71 = 1/40 + 1/568 + 1/710
2/73 = 1/60 + 1/219 + 1/292 + 1/365
2/75 = 1/50 + 1/150
2/77 = 1/44 + 1/308
2/79 = 1/60 + 1/237 + 1/316 + 1/790
2/81 = 1/54 + 1/162
2/83 = 1/60 + 1/332 + 1/415 + 1/498
2/85 = 1/51 + 1/255
2/87 = 1/58 + 1/174
2/89 = 1/60 + 1/356 + 1/534 + 1/890
2/91 = 1/70 + 1/130
2/93 = 1/62 + 1/186
2/95 = 1/60 + 1/380 + 1/570
2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776
2/99 = 1/66 + 1/198
2/101 = 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606

Пример разложения дроби в сумму аликвотных:

$$\frac{2}{13} = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} =$$

$$= \frac{1}{26} + \frac{1}{26} + \frac{1}{13} =$$

$$= \frac{1}{52} + \frac{1}{52} + \frac{1}{26} + \frac{1}{13} =$$

$$= \frac{1}{104} + \frac{1}{104} + \frac{1}{52} + \frac{1}{26} + \frac{1}{13} =$$

$$= \frac{1}{104} + \frac{1}{52} + \frac{1}{8}$$

Алгебраические задачи очень просты и сводятся к линейному уравнению с одним неизвестным.

Задача 33 из папируса Ринда формулируется следующим образом: *“Некое количество, его 2/3, его 1/2 и его 1/7, сложенные вместе дают 37. Каково это количество?”*

Ответ записан в аликвотных дробях:

16+1/56+1/679+1/776 .

С современной точки зрения в таких задачах решаются уравнения первой степени вида

$$x + ax + bx + cx + \dots = p ,$$

где a, b, c,... – дроби, а p – целое число. Для неизвестного в таком уравнении существовал специальный иероглиф, обозначавший “кучу” и произносившийся “хау” или “аха”. Поэтому иногда египетскую алгебру называют “хау-исчислением”.

Метод «ложного положения»

Папирус Ринда, <u>задача 26</u>:

Куча: ее четвертая часть и ее целое составляют 15.

1. *Пусть куча = 4, тогда куча + ее четвертая = 5, а не 15.*
2. *Какая связь между 5 и 15? 5 умножить на 3 будет 15.*
3. *Умножим взятое 4 на 3, получим ответ 12.*
4. *Проверим, что получен правильный ответ: 12+ ¼ 12=15 верно.*

Папирус Ринда, <u>задача 24</u>:

Куча: ее седьмая часть и ее целое составляют 19.

Пусть куча = 7, тогда куча + ее седьмая = 8, а не 19.

Поэтому Ответ: (19/8) x 7.

Задачи на арифметическую и на геометрическую прогрессии

Задача 79 папируса Ринда: «*В каждом из 7 домов есть по 7 кошек, каждая кошка съела 7 мышей, каждая мышь съела 7 колосков ячменя, каждый колос мог дать 7 мер зерна. Спрашивается, сколько всего домов, кошек, мышей, колосьев и мер хлеба*?»

В папирусе эта задача задана таблицей:

Опись домашнего хозяйства

Лестница	дом	7		
	кошка	49	1	2 801
	мышь	343	2	5 602
	ячмень	2 401	4	11 204
	мера	16 807	Вместе	19 607

Леонардо Пизанский, “Liber abaci” (1202):

«*Семь старух идут в Рим; каждая из них имеет семь посохов; на каждом посохе по семь мешков; в каждом мешке по семь хлебов; в каждом хлебе семь ножичков; у каждого ножичка семь ножен. Ищется сумма всего поименованного*».

Древнерусская рукопись XVII в.:

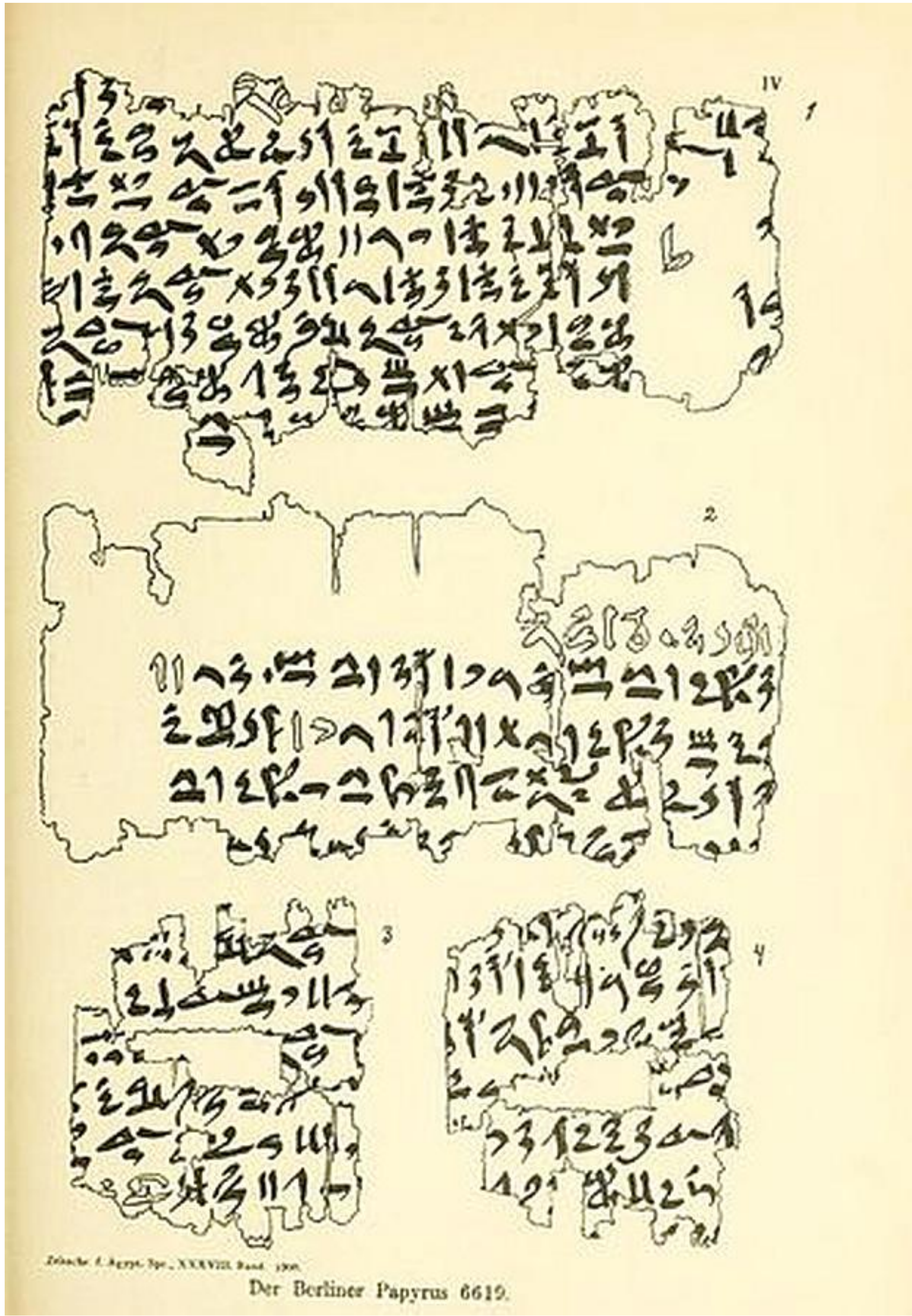
«*Идут семь баб; у всякой бабы по семь посохов; на всяком посохе по семи сучков; на всяком сучке по семи кошелей; во всяком кошеле по семи пирогов; во всяком пироге по семи воробьев; во всяком воробье по семи пупков и всего*

7 + 49 + 343 + 2 401 + 16 807 + 117 649 + 823 543 = 960 799».

<u>**Важно**</u>: древние египтяне знали, что предложенные два способа дают одно и то же значение, т.е. знали (**???**) тождество:

$$7(1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 \quad ,$$

для доказательства которого нужно знакомство с законами алгебраических преобразований!



В Берлинском папирусе есть задача:

«*Площадь квадрата в 100 квадратных кубитов равна сумме двух меньших квадратов. Сторона одного из них составляет ½ и ¼ стороны другого. Найди длины сторон этих квадратов*.»

На современном языке эта задача эквивалентна решению **системы двух уравнений с двумя неизвестными**, для решения которой необходимо сделать подстановку и раскрыть скобки:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) y \end{cases}$$

Значит ли это, что древним египтянам были известны некоторые правила алгебраических преобразований? Ответа дать мы не можем, поскольку никаких объяснений в тексте нет.

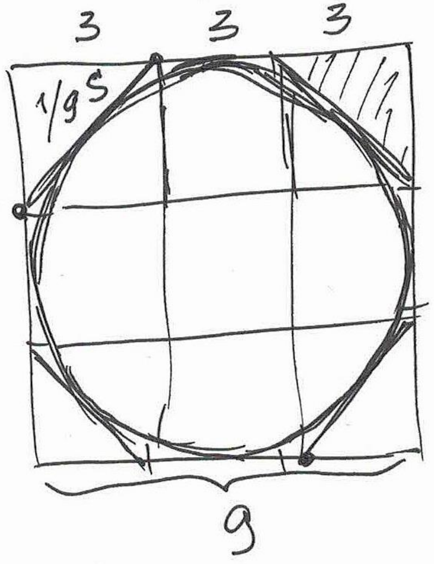
Эта задача интересна для исследователей также и тем, что в ее решении можно усмотреть египетский треугольник (3,4,5), который иногда обнаруживается в самых неожиданных местах. Например, в одном из документов XX в. до н.э., найденном в Кахуне (Эль-Лахун – древнеегипетский некрополь), используется выражение

$$1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^2,$$

и в обсуждаемой задаче после подстановки в первое уравнение мы получаем это же выражение.

Геометрические знания древних египтян

1. Площади прямоугольника, треугольника, трапеции; приближенная формула площади произвольного четырехугольника.
2. Египетский треугольник (3, 4, 5), НО теоремы Пифагора как таковой нет.
3. Площадь круга через диаметр $S=(d-d/9)^2$, откуда значение числа $\pi = 4(8/9)^2 \approx 3.1605$. В Московском папирусе есть задача о поверхности корзины неясной формы, в которой то же значение π.
4. Пространственные тела: пирамида; объем куба, параллелепипеда, призмы и цилиндра; объем усеченной пирамиды, в основании которой квадрат и одно из ребер перпендикулярно основанию: $V=h/3(a^2+ab+b^2)$.



Пусть $a = 9. = d$

Впишем восьмиугольник в этот квадрат $\Rightarrow$ его площадь

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3 = \frac{9}{2}$$

$$S_{кв} = 81$$

$$\Rightarrow S_8 = S_{кв} - 4S_{\triangle} = -18 + 81 = 63 \approx 8^2$$

$$\Rightarrow S_8 \approx S_{кв} \text{ на } a = 8$$

$$\Rightarrow S_{кр} \approx S_{кв} \text{ на } a = 8$$

$$\Rightarrow S_{кр} = \left(\frac{8}{9}\right)^2\cdot d^2,$$ если d – любой.

$$= 4\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^2\cdot r^2$$

π

Гипотеза А.Е. Раик: площадь круга диаметра *d* сравнивается с площадью описанного квадрата, из которого по очереди удаляются малые квадраты со сторонами 1/6 *d* и 1/9 *d.*

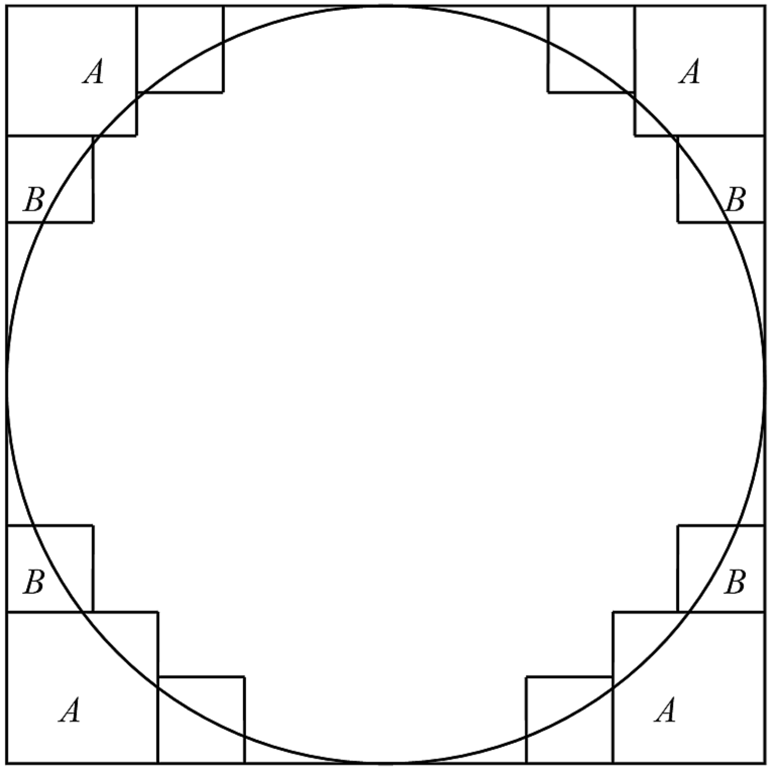
В первом приближении площадь круга S равна разности между площадью квадрата со стороной, равной диаметру круга d, и четырьмя квадратами A со стороной $\frac{1}{6}d$:

$$S \approx d^2 - 4\left(\frac{1}{6}d\right)^2 = d^2\left(1-\frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9}d^2.$$

Во втором приближении из полученной площади нужно отнять площадь восьми квадратов B со стороной $\frac{1}{9}d$, и тогда площадь круга будет приближенно равна

$$S \approx \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - 8\left(\frac{1}{9}d\right)^2 = \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - \frac{1}{9}\left(\frac{8}{9}\right)d^2 = \left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 - \frac{1}{9}\left(1-\frac{1}{9}\right)d^2 = \left(1-\frac{1}{9}\right)^2 d^2.$$

В пользу этой гипотезы свидетельствуют аналогичные вычисления в одной из задач Московского папируса, в которой требуется вычислить $\left(1-\frac{1}{9}\right) - \frac{1}{9}\left(1-\frac{1}{9}\right)$.



Астрономические знания древних египтян.

За движением небесных светил, в первую очередь, в древнем Египте следили жрецы, тем не менее и писцам очень часто приходилось не только подсчитывать урожай, провиант, количество материалов, необходимых для строительства и т.п., но и пользоваться календарем – подсчитывать количество дней, необходимых для выполнения той или иной работы, например.

На основе астрономических **наблюдений** египтяне рассчитали **астрономический год**, разделенный на 12 месяцев по 30 дней, сгруппированных в три сельскохозяйственных сезона по 4 месяца в каждом: период разлива, период сева и период жатвы. К 360 дням года они добавляли 5 дней, отвечающих главным праздникам.