XVII век

– первый этап научной революции Нового времени.

РАДИКАЛЬНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ В КОНЦЕПЦИИ МИРА

Механистическая картина мира: физический мир мыслится как гигантский ***механизм***, части которого работают по неизменным законам.

Орем (1330–1383), Кеплер (1571–1630): Вселенная – часы, движущиеся под действием силы тяжести.

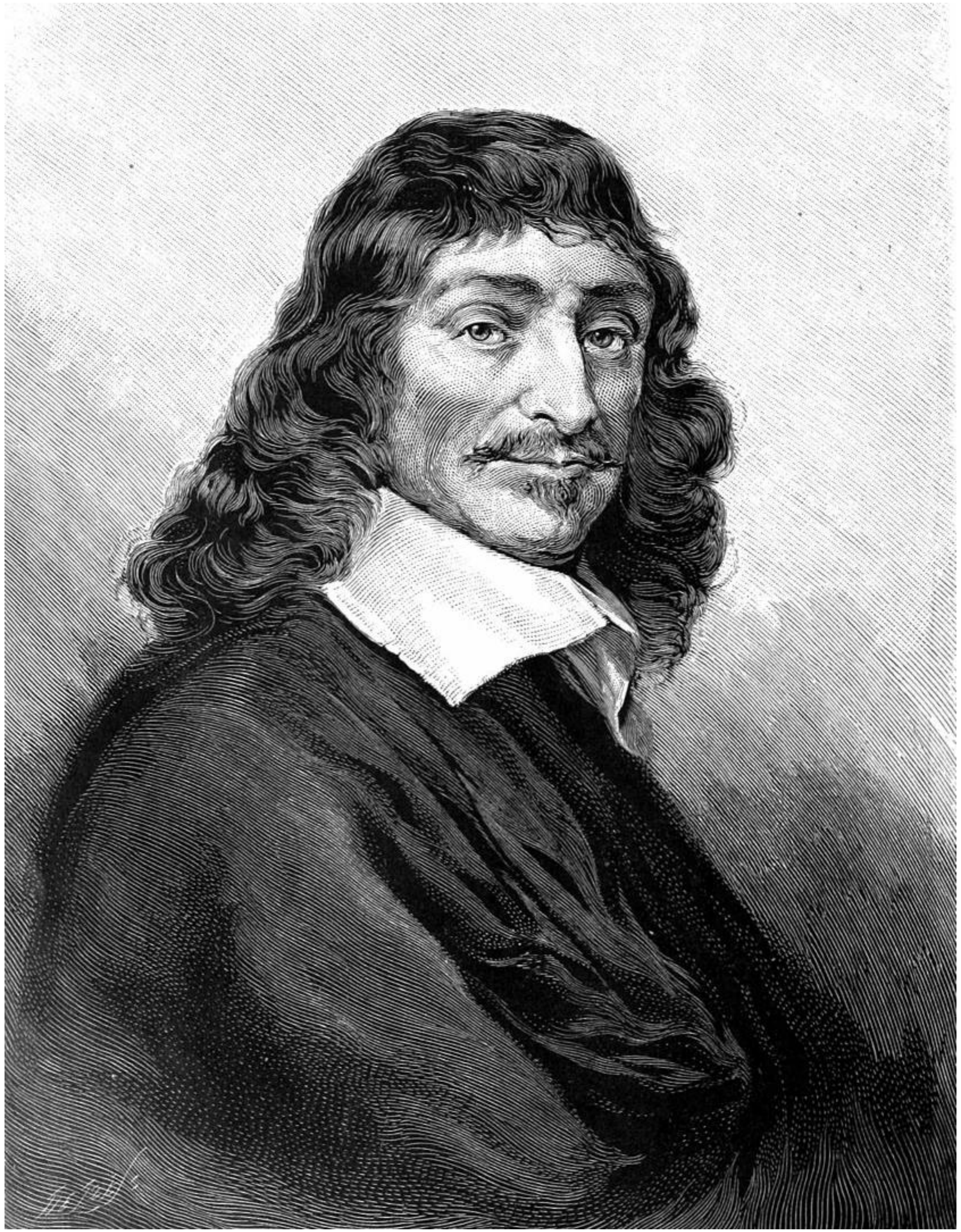
Декарт (1596–1650): *«Любой живой организм, не обладающий сознанием, можно считать часами, состоящими из колес и пружин».*

Таким образом, **познание** сводится к установлению **законов движения материи** (универсальная механика). Эти законы должны выражаться гармоничными математическими формулами, что приводит к ***математизации науки***.

Механика теперь развивается как наука математическая, поэтому **математика** приобретает значение **универсального метода физического познания** — универсального, но не единственного.

Галилео ГАЛИЛЕЙ в 1623:

«Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею ***Вселенную****), но ее нельзя понять, не научившись сначала понимать ее язык и не изучив буквы, которыми она написана. А* ***написана она на математическом языке****, и ее буквы это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без каковых невозможно понять по-человечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте».*



Рене ДЕКАРТ в 1638:

«Вся моя физика есть лишь геометрия».

Подчеркивал, что изучать вопросы нужно посредством математических рассуждений, другого способа найти истину не существует.

ВОЗРОЖДЕНИЕ АСТРОНОМИИ

Николай КОПЕРНИК (1473–1543)

Родился в Польше; прослушав курс математики и естественных дисциплин в Краковском университете, отправился ***в Болонью***. Здесь ***создал*** свою картину мира, в основе которой две идеи:

– явления природы нужно описывать с помощью гармонического сочетания математических законов;

– гипотеза Аристарха Самосского о движении планет вокруг Солнца.

1512 Каноник собора во Фромборке (Вармия, Польша); наблюдения и измерения с помощью самодельных инструментов.

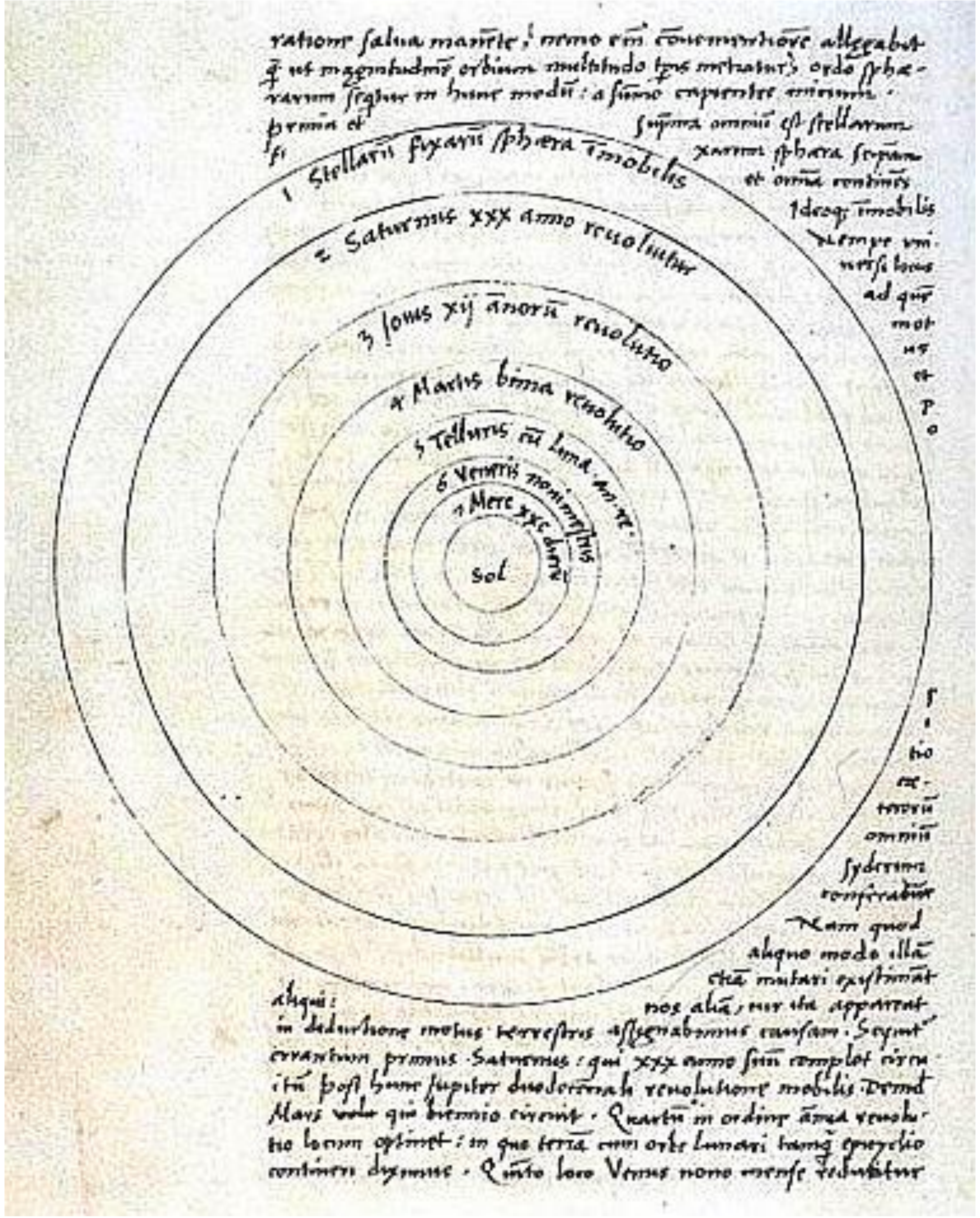
1543 «О вращениях небесных сфер»

Центр Вселенной находится рядом с неподвижным Солнцем.

Все планеты вращаются вокруг него с постоянными скоростями по материальным сферам, которые тоже вращаются вокруг центра земной орбиты.

Вся система вращающихся звезд находится внутри сферы неподвижных звезд (это осталось и у Кеплера).

Отвергается главенствующая роль человека в мироздании, что привело к суровому осуждению этого учения как официальной церкви, так и «еретиков».



Инквизиция:

«*ложное пифагорейское учение, от начала до конца противное Священному писанию*». Эта ересь «*преисполнена более злонамеренной клеветой, более отвратительна и более пагубна для христианского мира, нежели все, что содержится в сочинениях Кальвина, Лютера и всех других еретиков, вместе взятых*».

Мартин **Лютер** (1483–1546) назвал Коперника «*спятившим астрологом*», «*дураком, жаждущим опрокинуть все здание астрономии*».

Жан **Кальвин** (1509–1564): *«Кто осмелится поставить авторитет Коперника превыше авторитета Священного писания? Разве не сказано в Священном писании, что Иисус приказал остановиться Солнцу, а не Земле? Разве Солнце не движется по небу из конца в конец? Разве твердь земная не недвижима?»*

Коперник:

«***Не могут судить*** *математическую теорию* ***невежды, не знающие математики***. *А если они берутся судить о ней «и на основании какого-нибудь места Священного писания, неверно понятого и извращенного для их цели, осмелятся порицать и преследовать мое произведение, то я, ничуть не задерживаясь, могу пренебречь их суждением…*

Библия может учить нас, как попасть на небо, но не тому, как оно движется».

Официально учение Коперника было осуждено и запрещено католической церковью в **1620** г. после работ последователей Коперника.

Джордано БРУНО (1548–1600) вывел все следствия из гелиоцентризма и, «проломив небесный свод», заменил его ***бесконечной*** Вселенной, состоящей из множества миров, подобных нашему. Был сожжен на костре по приговору инквизиции.

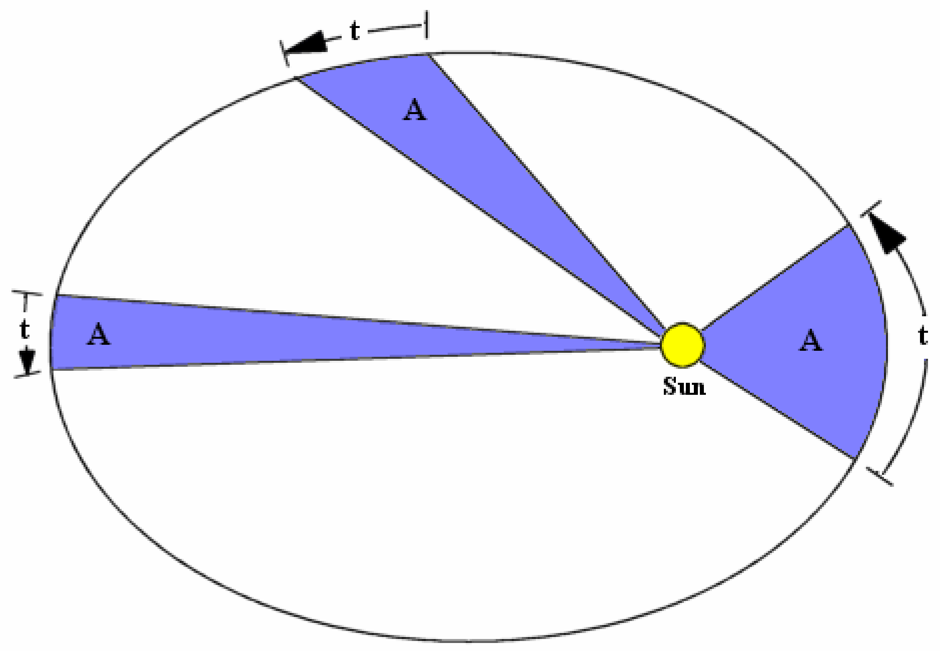
К сожалению, **теория Коперника** хотя и упростила многие астрономические вычисления, однако **полного согласия с наблюдениями не давала**.

Тихо БРАГЕ (1546–1601) – датский астроном. Отказ от учения Коперника и поиски компромисса. Для этого – первая с античных времен ревизия астрономических данных.

Ассистент Браге при дворе Рудольфа II в Праге **Иоганн КЕПЛЕР** (1571–1630): ***Необходимо отвергнуть*** *астрономические построения* ***не только Птолемея, но и Коперника****, и даже мои собственные, поскольку все они не согласуются как следует с практикой*.

1609 «***Новая астрономия***»

Первый закон Кеплера: «*Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце*». Другой фокус – чисто математическая точка, ничем физически не выделенная. [отказ от окружности – Г.С.]



Второй закон Кеплера: Площади, заметаемые за одинаковое время отрезком, соединяющим планету с Солнцем, равны. [отказ от равномерности движения – Г.С.]

1619 «***Гармония мира***»

Третий закон Кеплера: Для всех планет отношение квадрата времени полного оборота планеты вокруг Солнца к большой полуоси эллипса-орбиты одинаково, т.е. $T^2/a^3 \equiv const$.

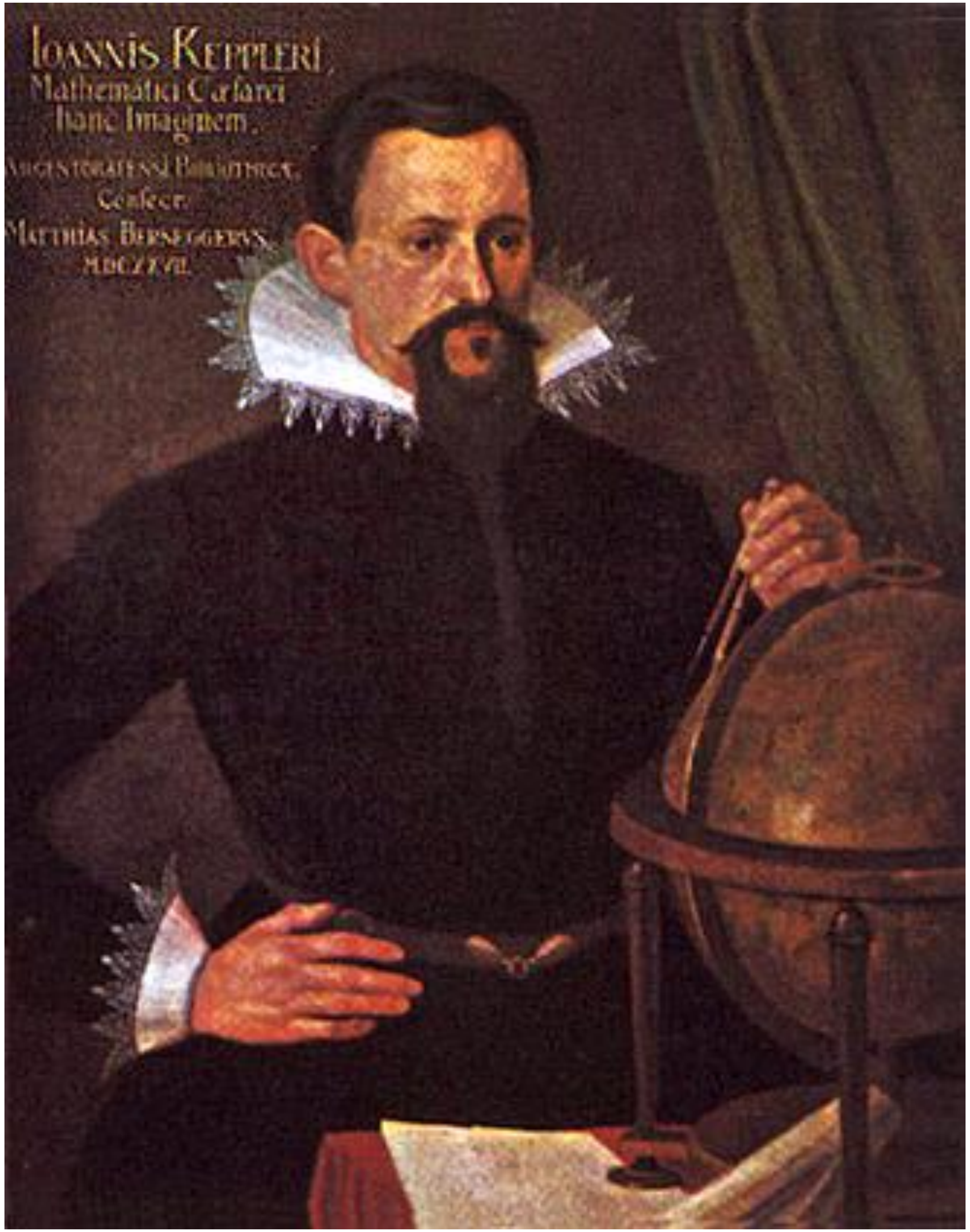
Сформулировав открытый им закон на страницах своего сочинения, Кеплер от огромной радости, переполнявшей его, даже разразился гимном во славу Творца:

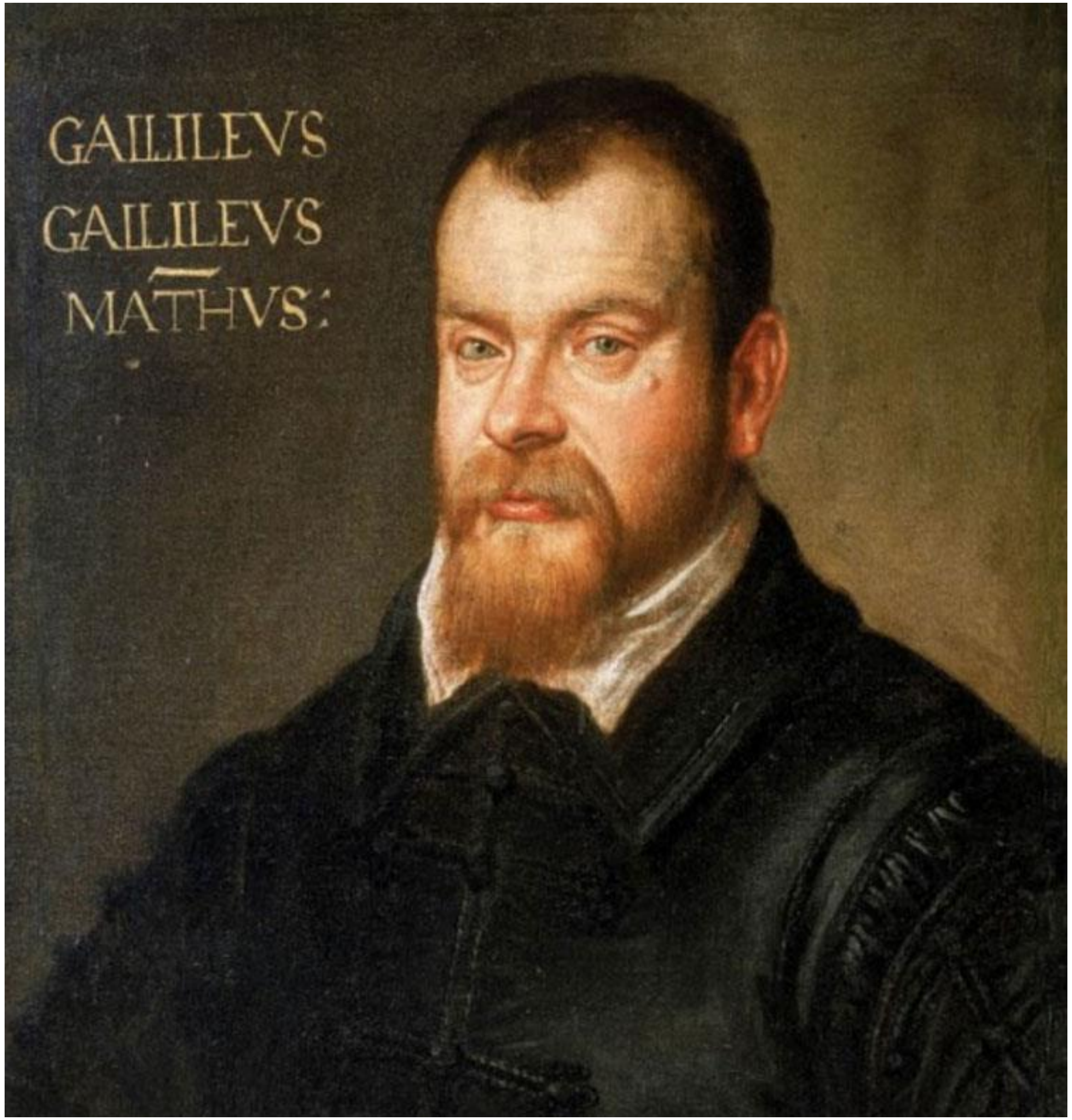
“Бесконечна мудрость Творца, безграничны слава и могущество его. Вы, небеса, воспойте хвалу ему! Солнце, Луна и планеты, славьте его на своем неизъяснимом языке! Вы, небесные гармонии, постигшие его чудесные творения, воспойте хвалу ему! И ты, душа моя, восхвали Создателя!

Им создано, и в нем существует все. То, что известно нам лучше всего, сотворено в нем и в нашей суетной науке.

Хвала, честь и слава ему во веки веков!”

На всех ученых произвела сильное впечатление **простота новой теории**. Первыми ее поддержали математики.





Галилео ГАЛИЛЕЙ (1564–1642)

Родился во Флоренции, учился в Пизе. Сначала хотел стать врачом, но, познакомившись с работами Евклида, Архимеда, решил стать математиком.

Работал сначала профессором в Падуе, позже – при дворе Медичи во Флоренции.

1609 Сконструировал **телескоп** с 33-кратным увеличением, с помощью которого: 1) подтвердил гелиоцентрическую теорию;

2) открыл фазы Венеры – все планеты схожи с Землей и **не** являются **идеальными телами** из эфира («и на Солнце есть пятна!»)

3) Млечный путь рассыпался на мириады звезд, каждая из которых испускает свет.

Обнаружение других солнц и других планетных систем вывело *на первый план* задачу построения **общей динамики для движения ВСЕХ тел**, которую позже с блеском решил Исаак Ньютон.

Галилей открыто признал теорию Коперника, но преследования инквизиции заставили его в 1633 г. отречься от этого.

Запрет 1620 г. на любые сочинения, «выдержанные в духе коперниканской ереси», был снят лишь через 200 лет.

ВАЖНО: Впервые **ученые отказались** от вековой традиции и религиозной доктрины **в пользу теории**, **представляющей математические преимущества** – примета XVII века, в течение которого искали закономерности, допускающие выражение гармоничными математическими формулами.

СОЗДАНИЕ АКАДЕМИЙ НАУК

1560 Неаполь Академия тайн природы

1603 Рим Академия рысей

1657–1667 Флоренция Академия опыта

Париж отец Марен Мерсенн (1588–1648), монах ордена минимов создал научный кружок, который к 1635 стали называть Парижской академией.

1666 Кольбер указом преобразовал ее в Королевскую Академию наук.

После **1645** Лондон Королевское общество в Грешам-Колледже (офиц. утв. в 1662)

$\Rightarrow$ **Сознательная политика** европейских **правительств**: финансирование, конкурсы. Академии поддерживали атмосферу соперничества, облегчили обмен информацией (научные журналы). Государи – просвещенные монархи заботились о блеске своих академий.

Джамбаттиста делла Порта (1535–1615)

Врач, философ, драматург, математик, оптик, криптограф, алхимик и мистик.

Родился в богатой аристократической семье Неаполя. **Основал Академию Тайн Природы**. Каждый желающий вступить в академию должен был раскрыть какую-нибудь тайну природы, секрет которой еще никем не был разгадан.

Собрания академиков проходили в строжайшей секретности. На них они ломали головы над загадками радуги и движения морских вод, выясняли способы превращения металлов в золото, устанавливали причины землетрясений и появления комет, а также определяли влияние небесных тел на земные предметы и существа. Во всем этом им виделась натуральная – и совершенно безопасная – ***магия***. Однако инквизиция…

Джамбаттиста предстал перед ее судом сначала в Неаполе, а потом и в Риме. Академию **Папа решительно запретил**. Однако ученость делла Порта произвела на него большое впечатление. Молодого человека отпустили с миром и напутствием впредь писать одни только комедии...

Математика XVII века

- Создана удобная символика (Виет, Декарт)
- Возродилась теория чисел (Ферма)
- Создана теория вероятностей (Паскаль, Ферма, Якоб Бернулли)
- Аналитическая геометрия (Ферма, Декарт)
- Проективная геометрия (Дезарг, Паскаль)
- Логарифмы (Бюрги, Непер)
- **Исчисление бесконечно малых** (Лейбниц, Ньютон) – основное событие математики XVII века

Открытие логарифмов

Логарифмы появились в начале XVII в. неожиданно, почти без предыстории. Впервые идея сопоставить арифметическую и геометрическую прогрессии встречается у **Архимеда** в «***Псаммите***».

Никола **Шюке** (умер ок. 1500) **1484** «***Наука о числах***»

Михаэль **Штифель** (1486–1567) **1544** «***Arithmetica integra***»

– добавил отрицательные и дробные показатели и, отметив связь прогрессий, пишет:

«Тут можно было бы написать целую новую книгу об удивительных свойствах чисел, но я должен остановиться и пройти мимо с закрытыми глазами».

Симон **Стевин** (1548–1620) **1585** «***Десятая***»

– вводит в обиход десятичные дроби, сложные проценты и для них рассматривает $(1+r)^n$, где $r=0.04, 0.05$

Иост БЮРГИ (1552–1632) швейцарец, механик, часовых дел мастер, друг И. Кеплера в Праге.

«ТАБЛИЦЫ ***арифметической и геометрической прогрессий, вместе с основательным наставлением, как их нужно понимать и с пользой применять во всяческих вычислениях***»

Считал 8 лет и к 1610 г. таблицы были готовы. Опубликовал в **1620** г. по настоянию Кеплера. Вновь обнаружены и опубликованы в 1856 г.

Содержат «черные» и «красные» числа:

«Черные»	10^8	$10^8(1+0.0001)$	$10^8(1+0.0001)^2$	$10^8(1+0.0001)^3$	…
«Красные»	0	10	20	30	…

$$«\text{красные}» \equiv 10\cdot log_{1+0.0001}\,(«\text{черные}»/10^8)$$

«Черные» числа вычислены до девятого знака и доведены до 10^9 («полное черное число»), которому соответствует «полное красное число», равное **230 270.022** , т.е. у Бюрги

$$(1.0001)^{23\,027.0022}\cdot 10^8 = 10^9 .$$

Адам Ризе (1489–1559)

1524 "***<u>Coss</u>***" – сокращение сочинения, автор которого называет себя Initius Algebras. Оригинал написан по-арабски, переведен на греческий «Архимедом», с греческого на латынь – «Апулеем», с латыни на немецкий – магистром Андреасом Александром.

1 0009 0036 0084 0126 0126 0084 0036 0009 0001

1 0008 0028 0056 0070 0056 0028 0008 0001

1 0007 0021 0035 0035 0021 0007 0001

1 0006 0015 0020 0015 0006 0001

1 0005 0010 0010 0005 0001

1 0004 0006 0004 0001

1 0003 0003 0001

1 0002 0001

1 0001

Джон НЕПЕР (John Napier, 1550 –1617)

– шотландский барон (8-й лорд), учился в Эдинбурге, путешествовал по Европе; в 21 год поселился и жил в родовом замке Мерчистон, «предводитель дворянства»;

– выступал против католиков (теорема: папа Римский – антихрист);

– первый изобретатель логарифмов: открыл ранее 1594, опубликовал в **1614**:

Описание удивительных* ТАБЛИЦ *логарифмов

2 части на латыни:

56 стр. – определения и свойства;

90 стр. – таблицы, в которых поместил 8-значные логарифмы тригонометрических функций от 0° до 90° с шагом в 1 минуту.

1619 ***Построение удивительной* ТАБЛИЦЫ *логарифмов*** (теория)

Кинематические определения Непера:

«*Определение 1. Говорят, что линия растет равномерно, когда описывающая ее точка проходит в равные моменты равные промежутки.*

Определение 2. Говорят, что линия сокращается пропорционально, когда пробегающая по ней точка в равные моменты отсекает отрезки, сохраняющие постоянно одно и тоже отношение к тем линиям, от которых они отсекаются.

*Определение 3. Говорят, что количества иррациональные, или невыразимые числом, определяются числами с наибольшим приближением, когда они определяются бо́льшими числами, отличающимися от истинных значений иррациональных количеств меньше, чем на 1. [**идея о непрерывности логарифма**!]*

Определение 4. Синхронными движениями называются те, которые происходят вместе и в течение одного и того же времени.

Определение 5. *Так как существуют движения как более медленные, так и более быстрые, чем всякое данное движение, то отсюда необходимо следует, что существует движение равнобыстрое всякому данному (которое мы определяем как движение ни более медленное, ни более быстрое, чем данное).*

Определение 6. ***Логарифмом*** *всякого синуса называется число, определяющее с наибольшим приближением линию, возрастающую равномерно, между тем как линия полного синуса убывает пропорционально до величины данного синуса, причем оба два движения синхронны и вначале равнобыстры.*»

Позже многие ученые, формулируя различные законы, использовали **связь между арифметической и геометрической прогрессией**, выражая тем самым **логарифм**ическую зависимость между переменными:

Исаак **Ньютон** (1643–1727): «*…если времена охлаждения принимать равными, то теплоты будут в геометрической прогрессии и могут быть легко найдены по таблице логарифмов*».

Исаак **Ньютон** (1643–1727):

«*Если тело, испытывая сопротивление, пропорциональное квадрату скорости, движется по инерции в однородной среде и взяты* ***возрастающие в геометрической прогрессии*** *промежутки* ***времени,*** *то скорости в начале каждого промежутка составят такую же, но убывающую прогрессию, пройденные же в продолжение каждого промежутка* ***пространства*** *будут* ***между собою равны***».

Пьер **Бугер** (1698–1758):

«…*свет, проходя однородные и одинаково толстые слои прозрачного тела… уменьшается подобно членам геометрической прогрессии*».

Томас Роберт **Мальтус** (1766–1834):

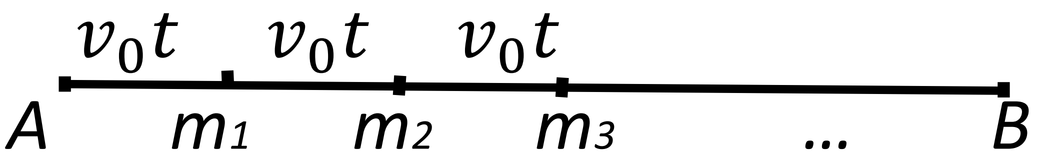
«…*население… увеличивается в геометрической пропорции, а средства к существованию человечества в арифметической пропорции*».

Кинематическое определение логарифма Непера

По отрезку АВ движутся две точки m и M с одинаковой начальной скоростью. Пусть m_i и M_i – их положения в *i*-й момент времени.

1. Движение точки m равномерно, т.е. $v \equiv const = v_0 = k \cdot AB$

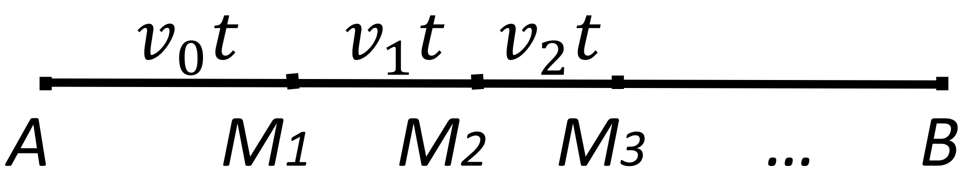
Выписав отрезки пути Am_i, получим, что они образуют арифметическую прогрессию:



$$\Rightarrow \quad \begin{cases} Am_1 = v_0 t = k \cdot AB \cdot t \\ Am_2 = 2v_0 t = 2k \cdot AB \cdot t \\ Am_3 = 3v_0 t = 3k \cdot AB \cdot t \end{cases}$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

«*Здесь скрываются логарифмы*».

2. Движение точки M неравномерно: скорость уменьшается пропорционально остатку отрезка до B: $v_i = k \cdot M_i B$. Выписывая $M_i B$, получаем геометрическую прогрессию со знаменателем $(1 - kt)$:



, где $v_0 = k \cdot AB$, $v_1 = k \cdot M_1 B$, $v_2 = k \cdot M_2 B$ …

$$\Longrightarrow M_1 B = AB - AM_1 = AB(1 - kt),$$

$$M_2 B = M_1 B - M_1 M_2 = AB(1 - kt)(1 - kt) = AB(1 - kt)^2,$$

$$M_3 B = AB(1 - kt)^3 \ldots$$

Затем Непер показывает, что $Am \equiv Log\ MB$.

В современном изложении: если обозначить $Am_i = x$, $M_i B = y$,

то $\frac{dx}{dt} = v_0$, $\frac{dy}{dt} = -y v_0$ $\Longrightarrow$ $\frac{dy}{dx} = -y$, $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{x = -\ln y}$

Таким образом, неперов логарифм **НЕ** есть натуральный логарифм, но выражается через него линейно.

Основная заслуга Непера: осознал ***непрерывность*** линии логарифмов, хоть и задавал их ***таблицами***.

Итак, **логарифмическая кривая была открыта древними методами** – с помощью таблиц и непосредственных кинематических соображений.

НО как функция она еще не появилась.

1615 Генри **Бриггс** подсказал взять за основание число 10 и составил таблицу, близкую к современной.

1637 Рене **Декарт** рассмотрел логарифмическую кривую близко к Неперу, но уравнения не дал.

1667 Джеймс **Грегори** добавил предельный переход.

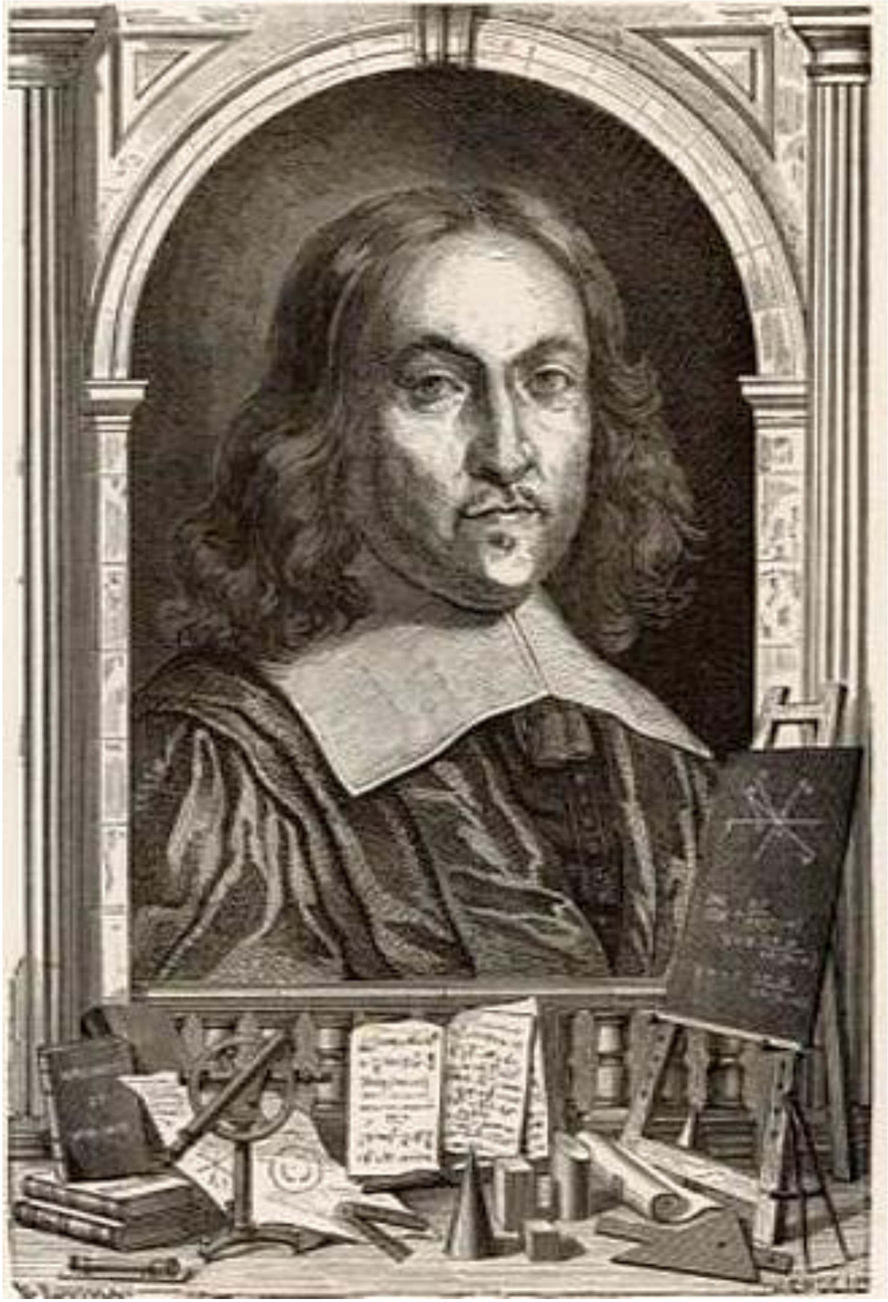
1668 Николай **Меркатор** вычислил площадь под гиперболой

$$\int_0^x \frac{dx}{x+1} = \ln(x+1)$$

Позже Исаак **Ньютон** вводил *ln (x+1)* через ряды.

1748 Леонард **Эйлер** ввел логарифмическую функцию как обратную к показательной.

Создание аналитической геометрии



Пьер ФЕРМА (**1601–1665**)

Получил хорошее юридическое образование, знаток латыни, древнегреческого, испанского, итальянского языков, писал изящные стихи на разных языках.

1630 – Тулуза, советник Парламента.

1631 – женился, 5 детей. Умер в деловой поездке.

– ни одной публикации при жизни, ни одного точного доказательства.

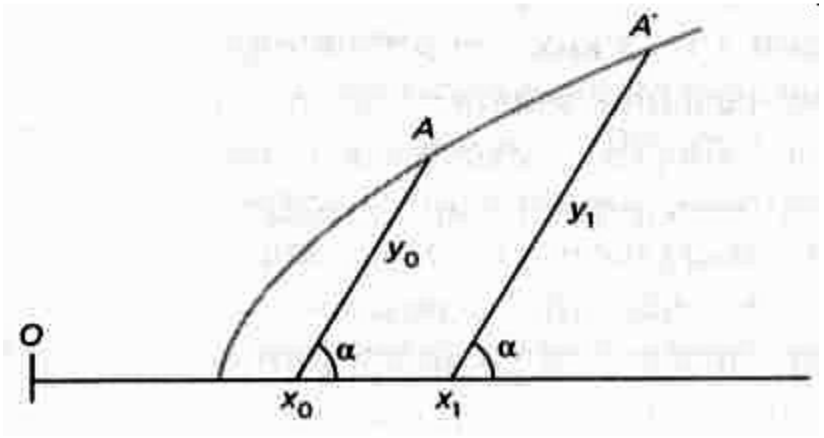
1636 (оп. 1679) «***Введение в изучение плоских и телесных мест***»

– рукопись на латыни, стала известна через Мерсенна. Цель: «*Выразить идеи Аполлония* ***на языке Виета***».

Формулирует ***<u>принцип аналитической геометрии</u>***:

«Всякий раз, когда в заключительном уравнении имеются две неизвестные величины, налицо имеется место, и конец одной из них описывает прямую или же кривую линию…

Для установления уравнений удобно расположить неизвестные величины под некоторым заданным углом (который мы большей частью принимаем прямым) и задать положение и конец одной из величин».



1. Явно выражена идея ***<u>уравнения кривой</u>***:

метод Ферма основан на взаимно-однозначном соответствии точек плоскости с парами чисел: ставил в соответствие кривым их уравнения

$$f(x,y) = 0.$$

2. Исследовал алгебраические уравнения относительно координат ***A*** (у нас – ***x***) и ***E*** (у нас – ***y***): – уравнение 1-й степени – прямая;
– уравнение 2-й степени – коническое сечение.

3. Для получения канонических уравнений использовал преобразование координат.

4. Изложение строго последовательное (у Декарта – менее систематично). Обходит молчанием вопрос об отрицательных координатах, хотя рассматривает окружность с центром $(-d, -r)$ и две ветви гиперболы

$$xy = c.$$

Рене ДЕКАРТ (1596–1650)

Родом из дворян, получил хорошее образование в иезуитском колледже, собирался стать военным, но в Париже увлекся математикой.

В 1617 под давлением семьи стал волонтером и провел 12 лет в путешествиях, не забывая о науке. После осады Ла-Рошели (1628) – перелом в настроениях, потребовались покой и уединение для творчества:

«Хорошо прожил тот, кто хорошо укрылся».

1629 – одиночество в Голландии. 1649 – переезд в Швецию (Стокгольм),

1650 – умер от простуды.

Декарт-философ принимает существование двух самостоятельных субстанций: материя и дух. Но в физике – материалист, «нужна новая математика» – общий метод исследования движения пространственных фигур.

1637 «**РАССУЖДЕНИЕ О МЕТОДЕ, *чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках***»

Приложения: Диоптрика, Метеоры, **Геометрия**.

*«К области **математики** относятся только те науки, в которых <u>рассматриваются либо порядок, либо мера</u> и совершенно несущественно, будут ли это числа, фигуры, звезды или что-нибудь другое»*

*«… должна существовать некая общая наука, объясняющая все, относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным словом, но старым, уже вошедшим в употребление именем **ВСЕОБЩЕЙ МАТЕМАТИКИ**, ибо она содержит в себе то, благодаря чему другие науки называются частями математики»*.

Диоптрика – раздел оптики, изучающий прохождения видимого света через границы оптически прозрачных сред и набор границ – геометрическая оптика.

По мнению Декарта, **все задачи могут быть выражены с помощью уравнений**.

Единственный общий метод их решения – **построение корней как отрезков** (координат точек пересечения плоских кривых, которые надо выбрать).

Исторически **из всеобщей математики Декарта выросли новая алгебра и аналитическая геометрия**.

1637 «***ГЕОМЕТРИЯ***» – приложение алгебры к геометрии.

1. **Исчисление отрезков,** изоморфное **R**. Отрицательные числа получили наглядное геометрическое представление на числовой оси.

2. Т.к. все задачи выражаются уравнениями, то нужно научиться **решать уравнения**. Отсюда Декарт, как и Ферма, приходит к идее уравнения кривой, но у Декарта кривые не только геометрические, но и механические (см. цитату позднее).

3. Последняя часть – учение об уравнениях.

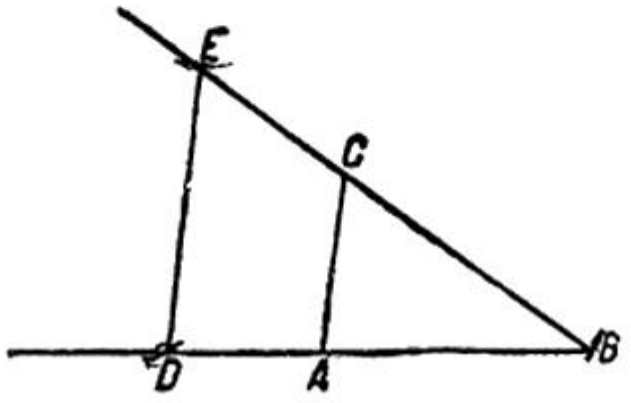
1. Сложение и вычитание отрезков Декарт определяет так же, как и древние пифагорейцы. Главное отличие – в определении умножения и деления отрезков.

У древних пифагорейцев в результате умножения отрезков получалась площадь – величина бОльшей размерности и в результате возникли принцип однородности и ограничение на число множителей. Также были проблемы и с делением отрезков.

Декарт с помощью введения единичного отрезка смог всего этого избежать.

Умножение.

Пусть, например (черт. 1), *AB* является единицей и требуется умножить *BD* на *BC*; для этого я должен только соединить точки *A* и *C*, затем провести *DE* параллельно *CA*, и *BE* будет результатом этого умножения.



Черт. 1.

Деление.

Или же, если *BE* нужно разделить на *BD*, то, соединив точки *E* и *D*, я провожу *AC* параллельно *DE*, и *BC* будет результатом этого деления.

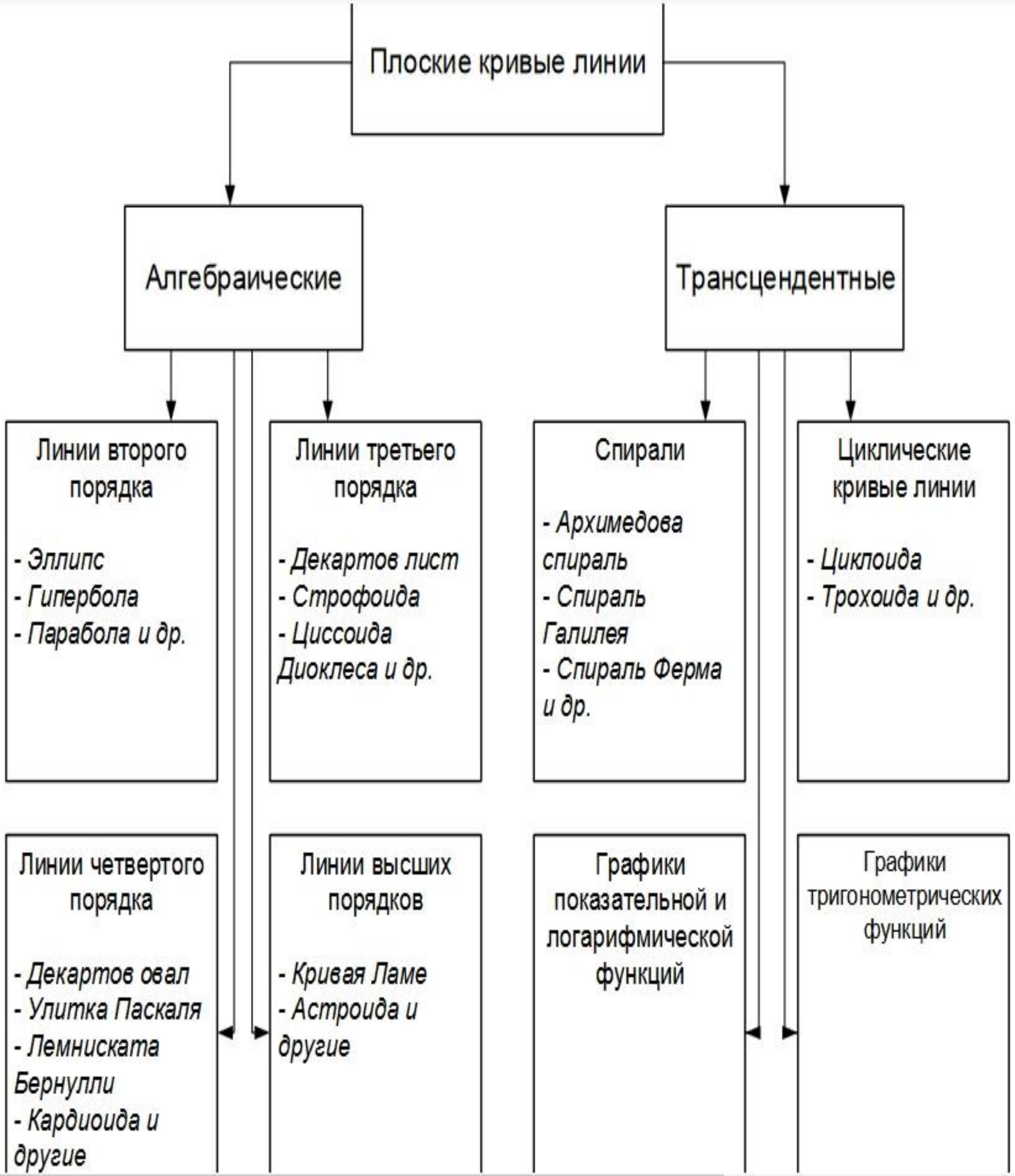
2. Свой <u>кинематический способ</u> деления линий на *геометрические* и *механические* **Декарт** облекает в ясную аналитическую форму:

«*Все точки линий, которые можно назвать* ***геометрическими****, т.е. подходят под какую-либо точную и определенную меру, обязательно находятся в некотором отношении ко всем точкам прямой линии, которое* ***может быть выражено*** *некоторым* ***уравнением****, одним и тем же для всех точек данной линии*».

В 1684 **Лейбниц** назвал геометрические кривые Декарта **алгебраическими**, а механические – **трансцендентными**, т.к. механические линии не должны исключаться из геометрии.

Затем Декарт дает <u>классификацию</u> геометрических кривых в зависимости <u>от степени их уравнения</u>.

Общепринятая классификация плоских кривых дана **Ньютоном**:



3. Учение Декарта об уравнениях.

1. Систематически в правой части уравнения записывает ноль.

2. Формулирует ряд свойств уравнений:

а) если α – корень, то многочлен делится на $x - \alpha$;

б) положительных корней может быть столько, сколько перемен знаков, а ложных – сколько подряд ++ или – – (Ньютон, Гаусс, Фурье, Штурм);

в) подстановкой $x - a$ всегда можно уничтожить второй член;

г) уравнение может иметь столько корней, какова его степень (отсюда ОТА).

3. Разработал метод неопределенных коэффициентов для уравнения 4-й степени.

4. Формулирует:

а) корни кубического уравнения могут быть построены с помощью циркуля и линейки тогда и только тогда, когда существует хотя бы один рациональный корень;

б) для уравнения 4-й степени построение корня циркулем и линейкой возможно $\Leftrightarrow$ у кубической резольвенты есть рациональный корень.

«Геометрия» Декарта затмила работу Ферма:

1) удобная символика;
2) доступное изложение и богатый набор примеров;
3) удачное название – «универсальная математика».

1649 Ф. Ван Схоотен – формулы замены координат (благодаря ему «Геометрия» Декарта стала известна и популярна)

1655 Джон Валлис – отрицательные абсциссы и ординаты.

Исаак Ньютон и **Якоб Бернулли** – полярные координаты, позволившие рассматривать новые кривые: лемниската, логарифмическая спираль, цепная линия, циклоида и др.