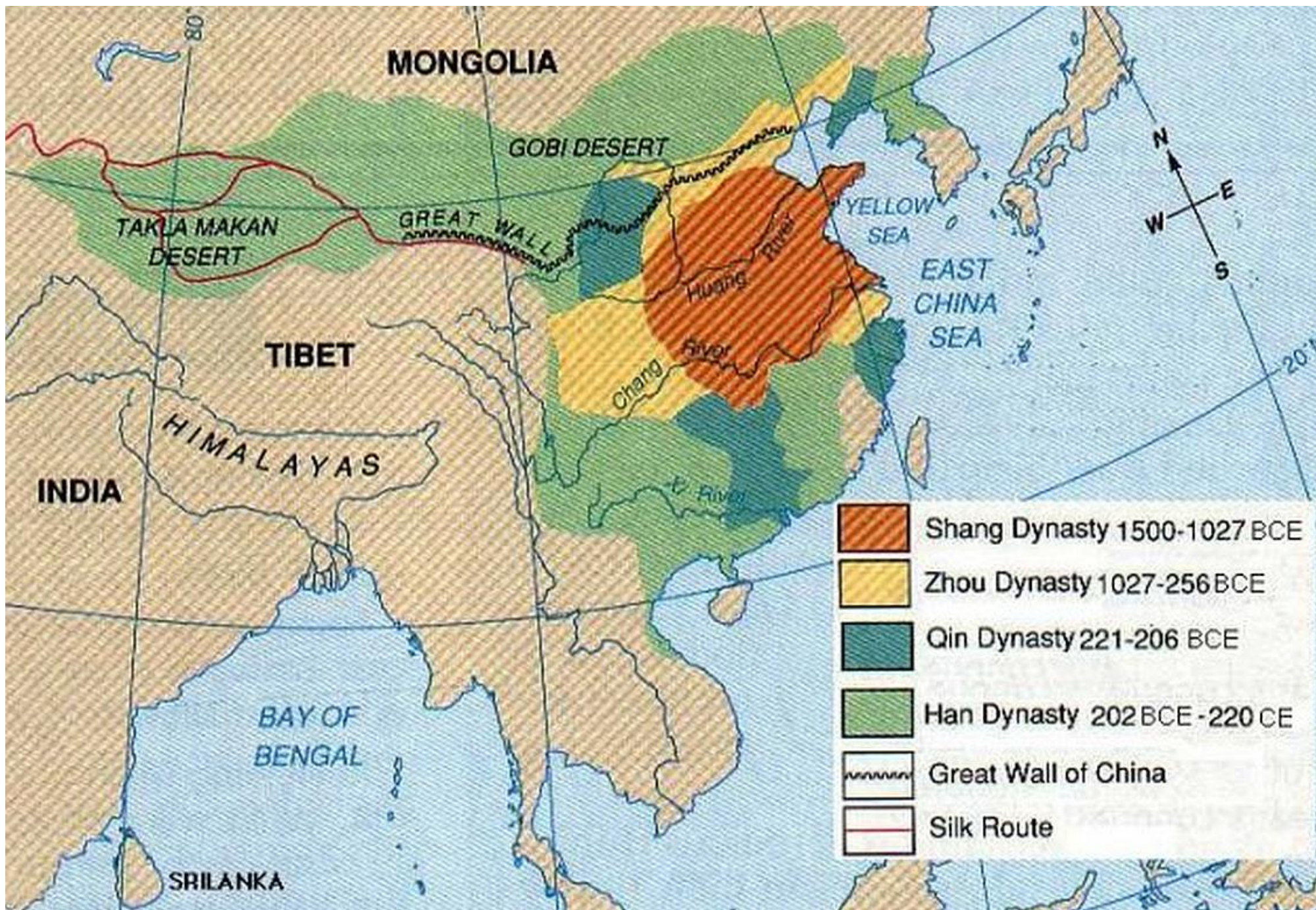


# КИТАЙ

Китайская цивилизация возникла в начале II тысячелетия до н.э. в долине рек Янцы и Хуанхэ.



XVII-XI до н.э. – в эпоху **Шан-Инь** возникло первое китайское государство, первые *дошедшие* источники:

– надписи на гадательных костях;

– лунный календарь, существующий до сих пор, в котором солнечный год = 365 дней +  $\frac{1}{4}$  дня.

Иньцы значительно превосходили окружающие их народы с военной точки зрения – у них было профессиональное войско, использовавшее бронзовое оружие, луки, копья и боевые колесницы.

В **XI в. до н.э.** государство было завоёвано коалицией народов во главе с правителем раннего царства Чжоу – У-ваном. Кочевники разрушили царство Инь, но восприняли культуру захваченного народа, и **в царстве Чжоу «расцвели сто цветов, соперничали сто школ ученых»** – расцвет науки в древнем Китае.

Конфуций (Кунцзы)

551–479 до н.э.

**Возникает математика и астрономия.**

Для получения государственной должности чиновники должны были сдавать экзамены и приходилось 7 лет изучать математику.

**Китайская нумерация**

- основана на аддитивно-мультипликативном принципе;
- иероглифическая, десятичная;
- считали на счетах, напоминающих русские;
- философ Мэн-цзы (IV в. до н.э.) упоминал счет с помощью палочек; после изобретения **отрицательных** чисел стали использовать разные палочки.



# Древнекитайская десятичная система счисления

一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	〇	0

十	百	千	萬
10	100	1 000	10 000

一千

- 1\*1 000 = 1000;

五百四十八

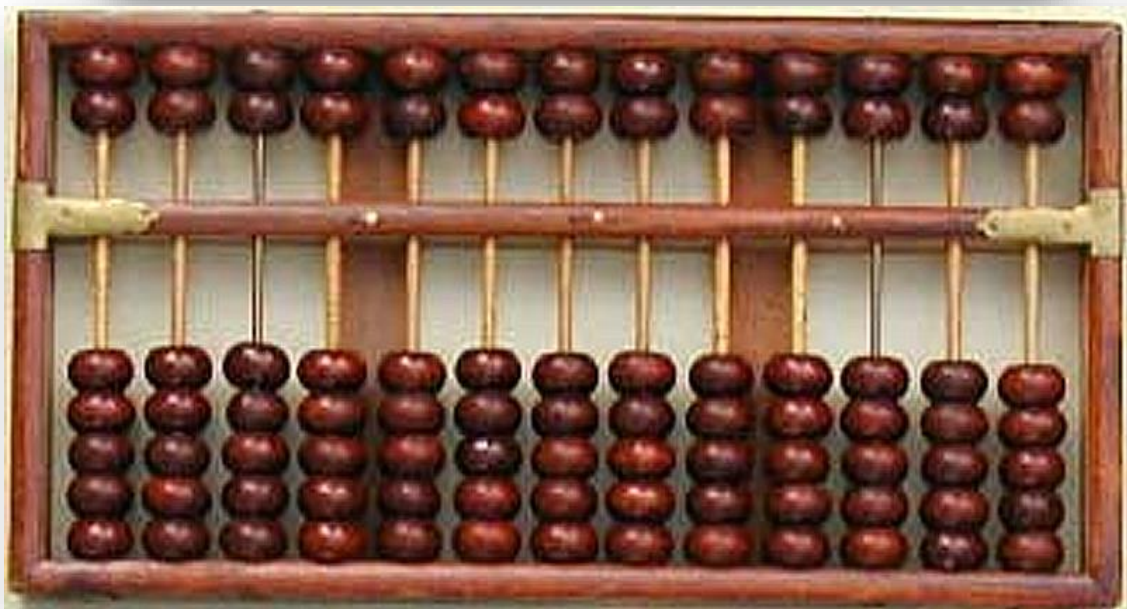
- 5 \* 100 + 4 \* 10 + 8 = 548

## Китайские счеты



**Суаньпань** – китайская семикосточковая разновидность абака. Суаньпань представляет собой прямоугольную раму, в которой параллельно друг другу протянуты проволоки или верёвки числом от девяти и более. Перпендикулярно этому направлению суаньпань перегорожен на две неравные части. В большом отделении («земля») на каждой проволоке нанизано по пять шариков (косточек), в меньшем («небо») — по два. Проволоки соответствуют десятичным разрядам. Разработанные методы позволяли быстро производить над числами все 4 арифметические операции, а также извлекать квадратные и кубические корни.

## Русские счеты

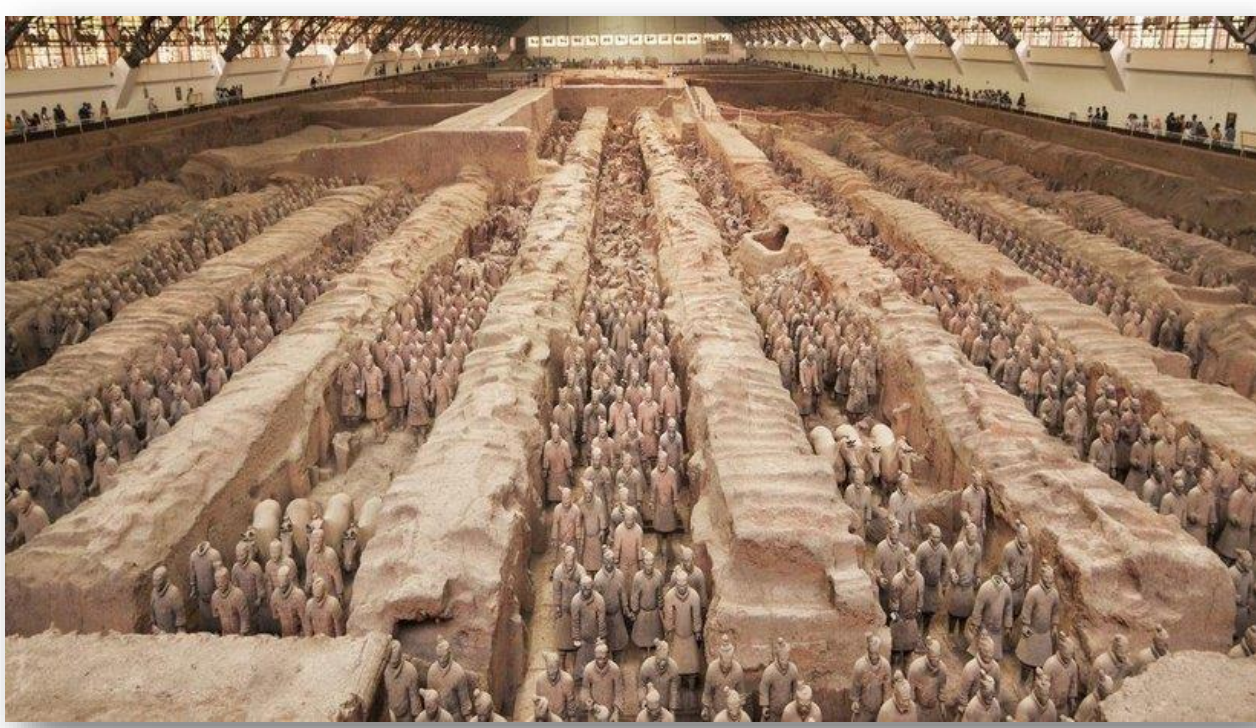


Двухсотлетней эпохе Воюющих Царств положил конец император **Цинь Ши Хуанди**. К 221 г. до н. э. он установил единоличное господство и вошёл в историю как **правитель первого централизованного китайского государства**. Основанная им династия Цинь, планировавшая править Китаем на протяжении 10 тысяч поколений, была свергнута через несколько лет после его смерти.

В **213 г. до н.э.** Цинь Ши Хуанди приказал **сжечь** все **книги** за исключением тех, что трактовали о сельском хозяйстве, медицине и гаданиях, также не были сожжены книги из императорского собрания и хроники циньских правителей.

После его смерти в 210 г. до н.э. философские и математические трактаты стали восстанавливаться.





# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕСЯТИКНИЖЬЕ – основа математического образования

1. Астрономо-математический **«ТРАКТАТ О ЧЖОУ-БИ»** дошел в редакции II в. до н.э.

В нем – первое письменное свидетельство о теореме Пифагора в китайской математике: *«Если в угольнике принять ширину (катет гоу) за 3, и принять длину (катет гу) за 4, то поперечина будет равной 5».*

Собственный текст трактата незначителен, но к нему существуют обширные комментарии **Чжао Цзюнь-Циня** (III в. н.э.), в которых – первое доказательство теоремы Пифагора в китайской математике.



## ЧЕРТЕЖ ГИПОТЕНУЗЫ

С помощью этого чертежа можно не только доказать формулу квадрата суммы и теорему Пифагора, но и формулу квадрата разности :

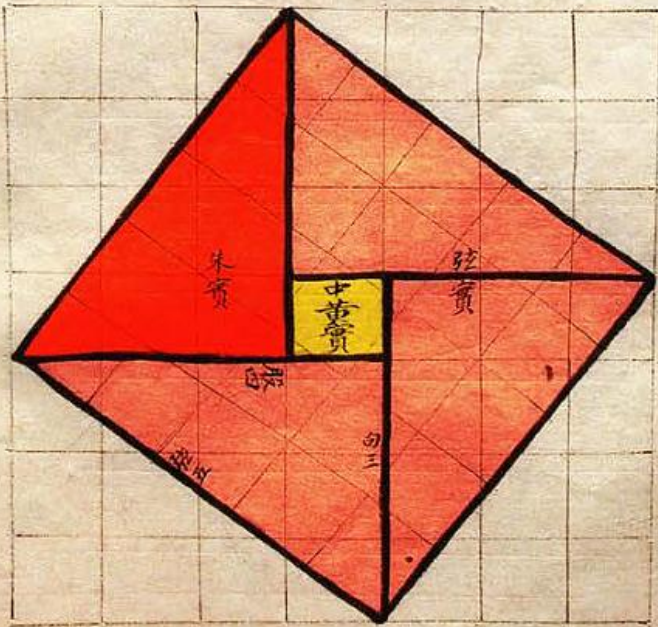
$$(a - b)^2 = c^2 - 4\Delta = a^2 + b^2 - 2ab.$$

Это — одно из преимуществ геометрической алгебры, в которой с помощью одного и того же чертежа можно доказывать разные алгебраические утверждения.

В других трактатах в геометрических решениях квадратных уравнений можно разглядеть геометрическое доказательство использовавшейся формулы разности квадратов.

白股圖方圖

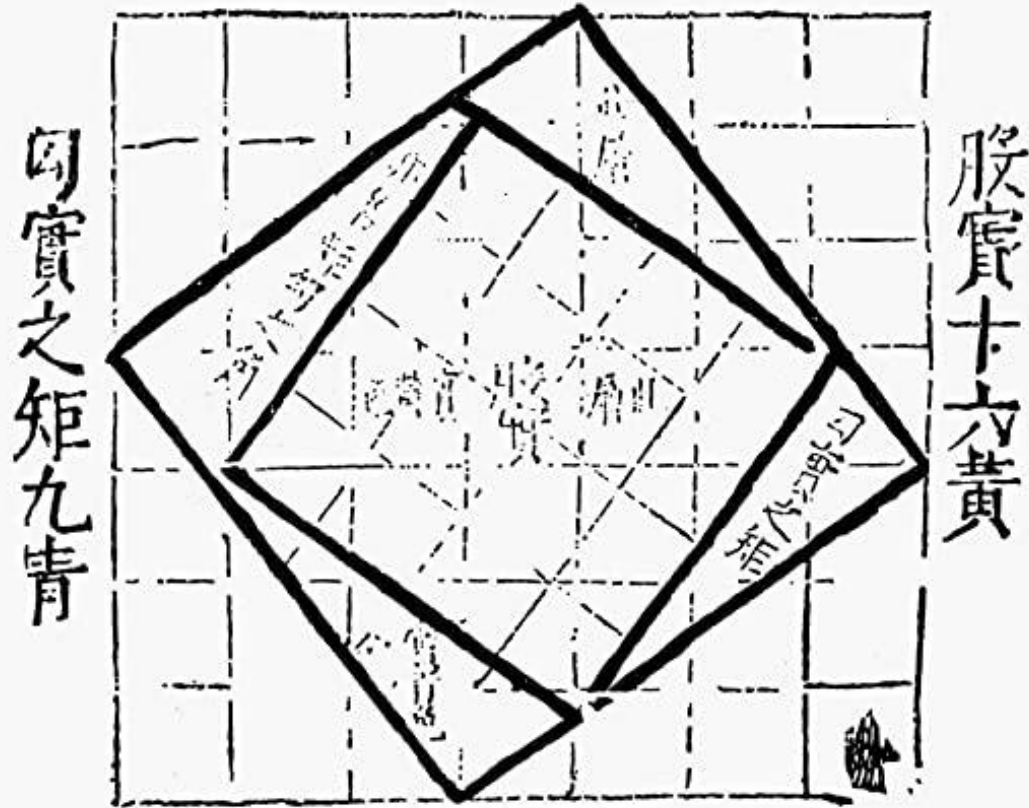
弦圖



弦實二十五朱及黃

朱實六黃實一

В комментарии Чжао Цзюнь-Циня есть и более общий чертеж для доказательства теоремы Пифагора



SHÓU-PEĪ SUAN-KING

Чжоу-би Суань-цинъ

Вторая часть 1го свитка касается «**Великого закона об угольнике**»: «Кружа угольником, получают круг. Складывая угольники, получают прямоугольник.

Прямоугольник – это земля, круг – это небо. Небо круглое, земля прямоугольная.

Для вычисления [площади] прямоугольника есть правило, для круга [надо] исходить из прямоугольника»

Также участнику диалога Шан Гао (XII до н.э.) известна теорема: «Прямоугольник, вокруг которого описан круг, делится на два угольника 3;4;5» (Фалес, VI в. до н.э.)

В другом месте трактата о Чжоу-би:

*«Площади двух квадратов, построенных на катетах гоу и гу, в сумме составляют 20 и 5, это и есть площадь квадрата, построенного на гипотенузе треугольника. Вот как Фу Си управлял Поднебесной с помощью чисел. Вот откуда возникли числа!»*

Т.е. треугольник (3, 4, 5) был известен в 12 в. до н.э., т.к. трактат – диалог двух чиновников того времени, а по их словам, это было известно Фу Си – легендарному правителю III тысячелетия до н.э.



Древнее изображение  
Нюйвы и Фу Си (справа)

## 2. «Математика в девяти книгах»

- окончательно отредактирована Чжан Цаном (умер в 150 до н.э.);
- предназначена для землемеров, инженеров, чиновников и торговцев;
- 246 задач изложены догматически: формулировка, ответ, очень краткий способ решения;
- книги имеют различный математический уровень, т.е. написаны в разное время;
- 1957 г. – русский перевод (Э.И. Березкина), 1968 г. – немецкий, 1999 г. – английский, 2004 г. – французский перевод.



1. «Измерение полей» – арифметика дробей и вычисление площадей плоских фигур.
2. «Соотношения между различными видами зерновых культур» – задачи на пропорции, расчеты норм обмена проса, очищенного пшена и хорошо очищенного пшена.
3. «Деление по ступеням» – задачи на деление пропорционально данным числам.
4. «Шо-гуан» – геометрическая книга: зная площадь прямоугольника и одну сторону, найти другую; из площади квадрата найти его сторону; из объема куба – ребро; определить диаметры кругов и сфер.
5. «Оценка работ» – вычисление объемов стен, каналов, плотин, рвов различной формы (т.е. есть формулы объемов), подсчет числа рабочих.
6. «Пропорциональное распределение» – «справедливое» распределение налога и поставок между уездами в зависимости от различных условий и другие арифметические задачи.

7. «**Избыток и недостаток**» – решение линейных уравнений и систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными с помощью правила двух ложных положений. Это правило позже встречается и у арабов, и в Западной Европе.

Для уравнения  $ax = b$ :

Для вычисления значения  $x$  на счетной доске выкладывалась

таблица

$X_1$	$X_2$
$Y_1$	$Y_2$

Преимущества:

- не требует алгебраических методов;
- удобно и легко запоминается.

Пусть  $x_1, x_2$  – два «ложных» значения  $x$ , обычно  $x_1 < x < x_2$ .

Тогда ошибки легко вычисляются:

«избыток»  $y_1 = ax_1 - b$  ( $> 0$ )

«недостаток»  $y_2 = ax_2 - b$  ( $< 0$ )

Т.к.  $b = ax$ , то очевидно  $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 - x}{x_2 - x}$ ,

откуда правило

$$x = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} \quad - \quad \text{формула}$$

линейной интерполяции, точная лишь для уравнения первой степени.

Для систем  $\begin{cases} a_1x - y = b_1 \\ a_2x - y = b_2 \end{cases}$  составляется таблица  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$ , после

чего дается ответ  $x = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$ ,  $y = \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_2 - a_1}$ .

8. «**Фан-чэн**» – название метода решения систем нескольких линейных уравнений с неизвестными.

По существу совпадает с методом Гаусса, но все действия проводятся на счетной доске и в них можно увидеть прообраз действий с матрицами.

Этот метод приводит к (почти) методу определителей Крамера (1750 г.)

9. «**Гоу-гу**» – задачи на теорему **Пифагора**, теорему Фалеса, а также задачи, сводящиеся к **квадратным уравнениям**: серия систем типа

$$\begin{cases} x^2 \pm y^2 = a \\ y \mp x = b \end{cases}$$

# Отрицательные числа в китайской математике

Необходимым условием применения метода **фан-чэн** было **введение отрицательных чисел.**

Отрицательные числа при счете выделялись палочками другого цвета или формы, а при письме – цветом или косой чертой.

Положительные числа – «**чжэн**»,

Отрицательные числа – «**фу**».



# Алгоритм введения нового объекта

1) добивались того, чтобы довести до конца начатые вычисления, т.е. отрицательные числа вводятся формально, с помощью правил оперирования:

$$(\pm a) \mp (\pm b) = \pm(a \mp b) \quad (\pm a) \mp (\mp b) = \pm(a \pm b)$$

$$0 \mp (+b) = \mp b \quad 0 \mp (-b) = \pm b;$$

- имеют право на существование только в вычислениях;
- правила для умножения-деления применялись, но не формулировались.

2) изобретение отрицательных чисел позволило расширить класс задач для фан-чэн.

3) истолкование чисел «фу» как долга, недостачи.

3. **Другие трактаты** «Математического десятикнижья», составленного Чжень-фэном (VII н.э.) :

– «Трактат о морском острове» Лю Хуэй (III в.)

9 задач практической геометрии о расстояниях до недоступных предметов и их размерах.

– «Метрологический трактат» Сунь-цзы (III в.)

Таблицы, арифметические задачи, системы линейных уравнений и геометрические задачи.

– «Математический трактат пяти ведомств» анонимного автора IV в. н.э.; земельное, военное, торговое, амбарное и финансовое дело.

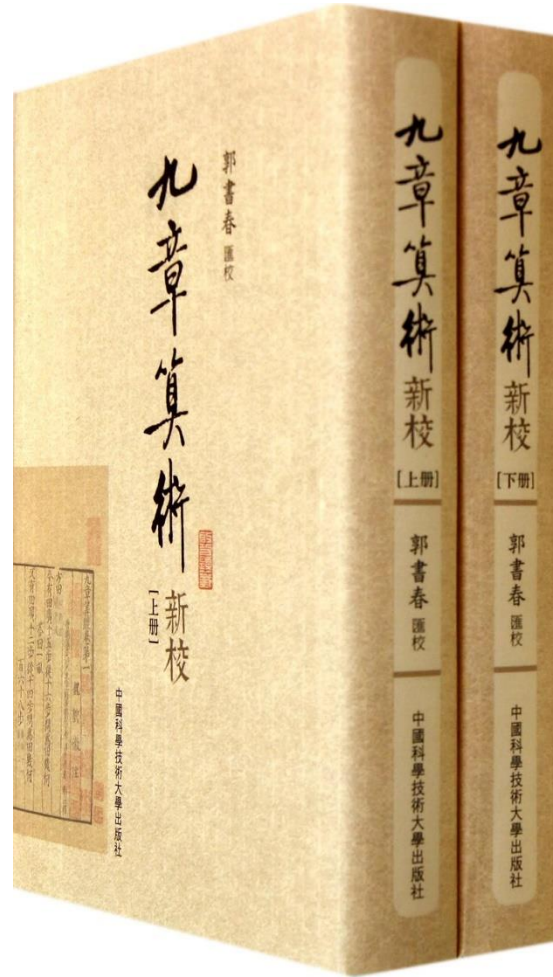
И т.д.

# Приближение числа $\pi$

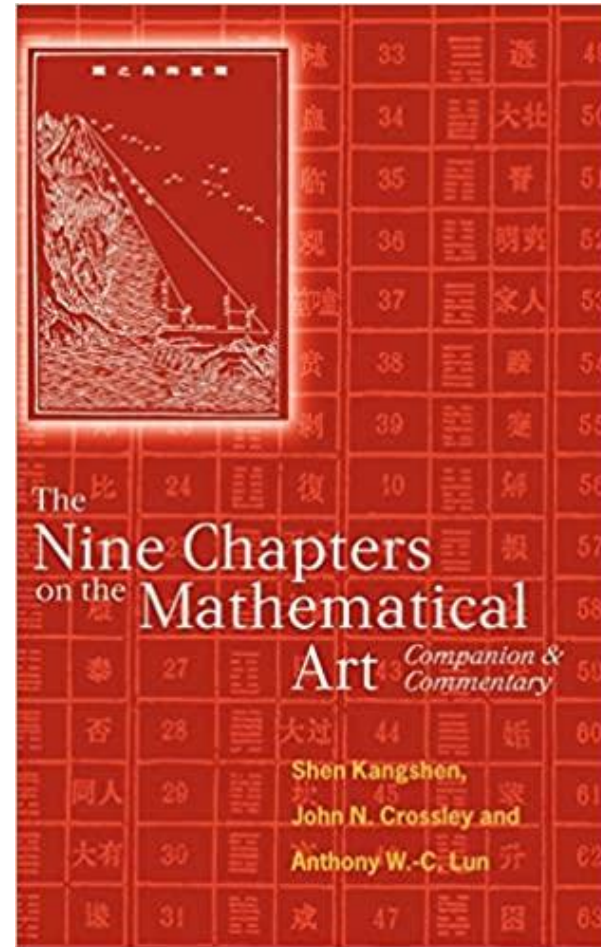
До I–III вв. н.э.  $\pi=3$ .

I н.э.	Астроном Чжан Хен	$\pi=\sqrt{10}$
III н.э.	Полководец Ван Хань	$\pi=142/45$
III н.э.	Математик Лю Хуэй	$\pi=3.14159\dots$
V н.э.	Математик Цзу Чан Чжи	$3.1415926 < \pi < 3.1415927$

# Новые издания « Математики в девяти книгах»



Новое китайское издание:  
University of Science & Technology China Press  
Январь 2014. Два тома. 1040 с.



Новый английский перевод:  
Oxford University Press.  
Shen Kangshen (Zhejiang University), John Crossley (Monash University).  
Январь 2020. 616 с.

# ИНДИЯ

Еще в середине III тыс. до н.э. в долине Инда существовала развитая цивилизация (потомки – дравиды Южной Индии).

Во II тыс. до н.э. она была разрушена племенами с Гималаев.

В I тыс. до н.э. существовали рабовладельческие государства, в которых шла борьба за власть между воинами (кшатриями) и священниками (брахманами).



# Математика древней и средневековой ИНДИИ

В I тыс. до н.э. появляются священные книги брашманов – «Веды». До нас дошли сочинения, датируемые **VII–V вв. до н.э.**

Некоторые математические сведения есть в комментариях к «Ведам», например, в «**Шульба-сутрах**» – способы построения алтарей и связанные с ними вычисления.

**Апастамба**  
**Баудхайана**  
**Манава**  
**Катияяна**



Большинство научных трактатов (до 17 в.) написано на санскрите – языке религиозных книг брахманов, объединившем многочисленные народы.

В V в. появляются первые «Сиддханты» (Учения), имеющие эллинское происхождение. В VII–VIII вв. они переводятся на арабский язык. В них **математика – приложение к астрономии.**

Самые известные ученые:

**Ариабхата** V-VI вв. н.э. «Ариабхаттам» 499 г.

**Брахмагупта** VII в. «Усовершенствованная наука Брахма» – важнейшая Сиддханта, состоящая из 20 книг, из них две по математике: 12я – арифметика и геометрия, 18я – алгебра.

**Магавира** IX в. «Краткий курс арифметики»

**Бхаскара** XII в. «Сиддханта-широмани» (Венец учения)



## ***Ариабхаттам***

- Дашагитика – система обозначения чисел (10 строф)
- Ганиапада – математика (33 строфы)
- Калакриапада – определение времени (25 строф)
- Голапада – учение о небесной и земной сферах (50 строф)



Многие трактаты написаны в стихах, чтобы легче учить. Очень много доказательств и решений типа «Смотри!».

**Индийская нумерация** – десятичная позиционная, создана в VI в. н.э. , в VIII в. н.э. появился ноль (шунья – сифр – cifra). Наряду с цифровой записью еще в V в. н.э. существовала и словесная система обозначения чисел.

**Арифметика:**  $\pm$ , умножение: квадрат, куб, корень квадратный, корень кубический;

– вычисления на счетной доске, покрытой песком или пылью – «дхули-карма» (работа с пылью);

– были задачи на пропорции, прогрессии, проценты...

В **алгебре** символика богаче, чем у Диофанта, для символа – первый слог соответствующего термина. Начиная с Брахмагупты (VII в. н.э.), использовались **отрицательные числа** (долг).

У Магавиры (850 г.) есть утверждение о том, что квадратных корней из положительного числа два – положительный и отрицательный, а корень из отрицательного числа не существует.

Хотя задачи на **квадратные уравнения** есть уже в «Ведах» и «Шульба-Сутрах», впервые их решение появляется у Ариабхаты (V–VI вв.). Брахмагупта дал общее правило для  $ax^2+bx=c$ .

Из календарно-астрономических задач появляются и **неопределенные уравнения**: Бхаскара (XII в.) изучал уравнение Пелля  $x^2 - 2y^2 = 1$  и некоторые другие, но всегда ограничивался одним решением.