Карл Фридрих ГАУСС (1777–1855)

Бюлер В. ***Гаусс*. *Биографическое исследование*.** М.: Наука, 1989.

Из небогатой семьи (отец из фермеров, мать – дочь каменщика) в Брауншвейге. Неграмотная мать не записала дату рождения сына, запомнив только, что он родился в среду, за восемь дней до праздника Вознесения, который отмечается спустя 40 дней после Пасхи. В 1799 г. Гаусс вычислил точную дату своего рождения, разработав метод определения даты Пасхи на любой год.

Арифметическими способностями удивлял уже в возрасте 3 лет. При помощи школьных учителей получил стипендию герцога и окончил Collegium Carolinum.

Колебался между математикой и филологией: очень любил латинский язык и значительную часть своих трудов написал на латыни.

Гиндикин С.Г. ***Рассказы о физиках и математиках***. 2001.

"*В школе, где учился Гаусс, помощником учителя, основной обязанностью которого было чинить перья младшим ученикам, работал некто* ***Бартельс****, интересовавшийся математикой и имевший несколько математических книг. Гаусс и Бартельс начинают заниматься вместе; они знакомятся с биномом Ньютона, бесконечными рядами*".

Мартин Фёдорович БАРТЕЛЬС (нем. *Johann Christian Martin Bartels*; 1769–1836, Тарту) – немецкий, позже российский математик и педагог. С 1808 – в России. Член-корр. СПб академии наук (1826).

Был учителем двух исследователей неевклидовой геометрии – Гаусса и Лобачевского. После одной из кадровых перетрясок в Казани (1820) Бартельс переехал в Дерпт и создал там научную школу по дифференциальной геометрии. Был избран деканом физико-математического факультета. Читал также лекции по истории математики.

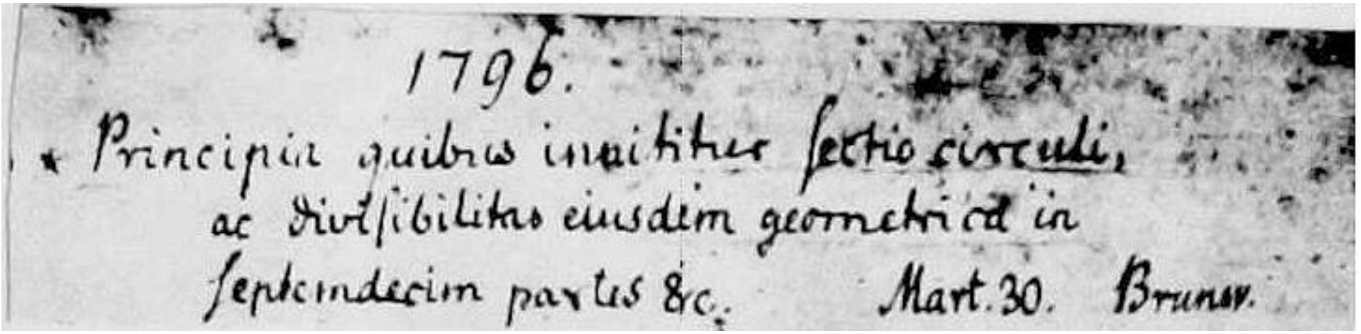
Гаусс любил английскую и французскую литературу, которые читал в подлиннике. В возрасте 62 лет начал изучать русский язык, чтобы ознакомиться с трудами Лобачевского в подлиннике.

Уже в колледже Гаусс изучал труды Ньютона, Эйлера, Лагранжа и сделал **несколько открытий в теории чисел**. Например,

– доказал закон взаимности квадратичных вычетов, открытый Лежандром, но не доказанный строго ни им самим, ни Эйлером;

– создал «метод наименьших квадратов» (тоже независимо открытый Лежандром) и начал исследования в области «нормального распределения ошибок».

В 1795 поступил в Геттингенский университет и **30 марта 1796** г. в его «***Математическом дневнике***» появляется первая запись:

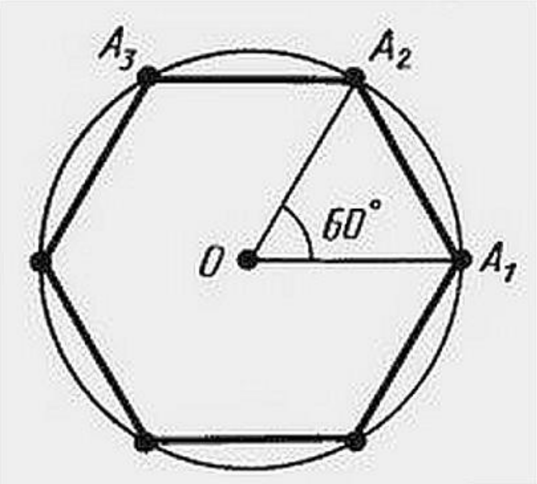

1796.
Principia quibus innititur sectio circuli,
ac divisibilitas eiusdem geometrica in
septemdecim partes &c. Mart. 30. Brunsv.

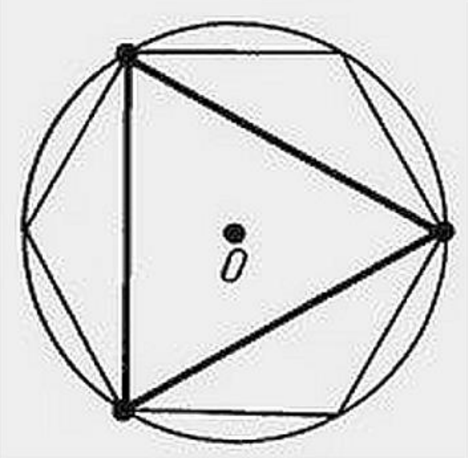
«*Принципы, на которых основывается деление круга, а именно, его геометрическое деление на 17 частей*».

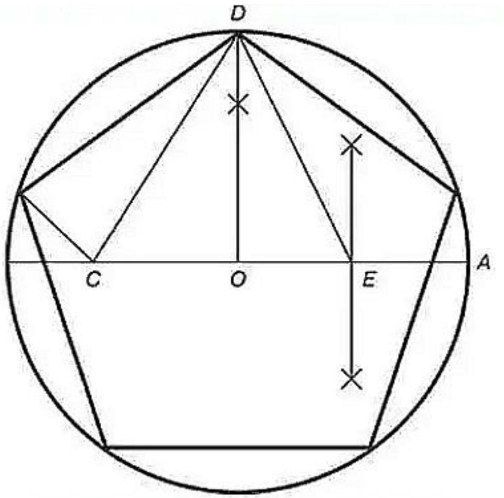
Всего в дневнике 146 записей, из них 102 сделаны в юности, до 1800 г.

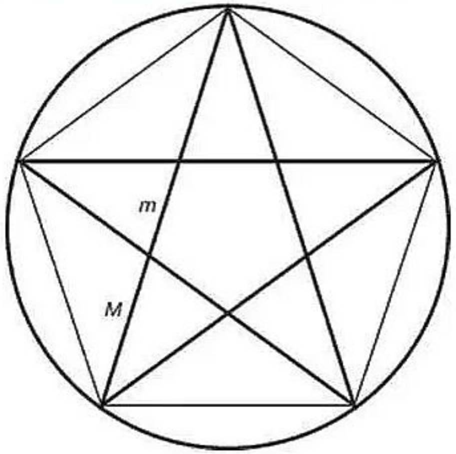
Построение вписанных правильных многоугольников

В "Началах" Евклида (IV в. до н.э.) изложены известные к тому времени способы построения с помощью циркуля и линейки для треугольника, квадрата, пятиугольника и тех многоугольников, которые получаются из них удвоением сторон.





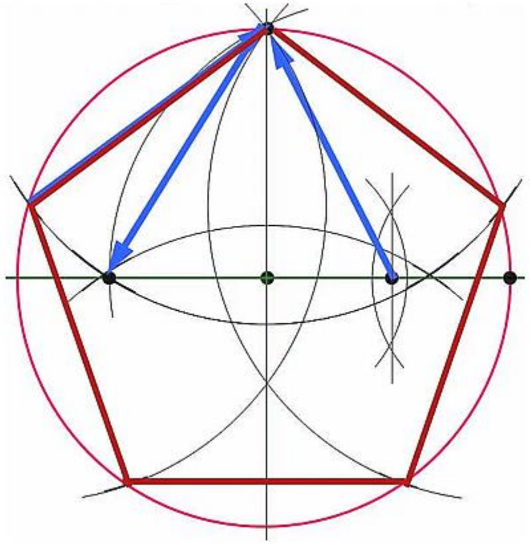




точка E: OE=EA

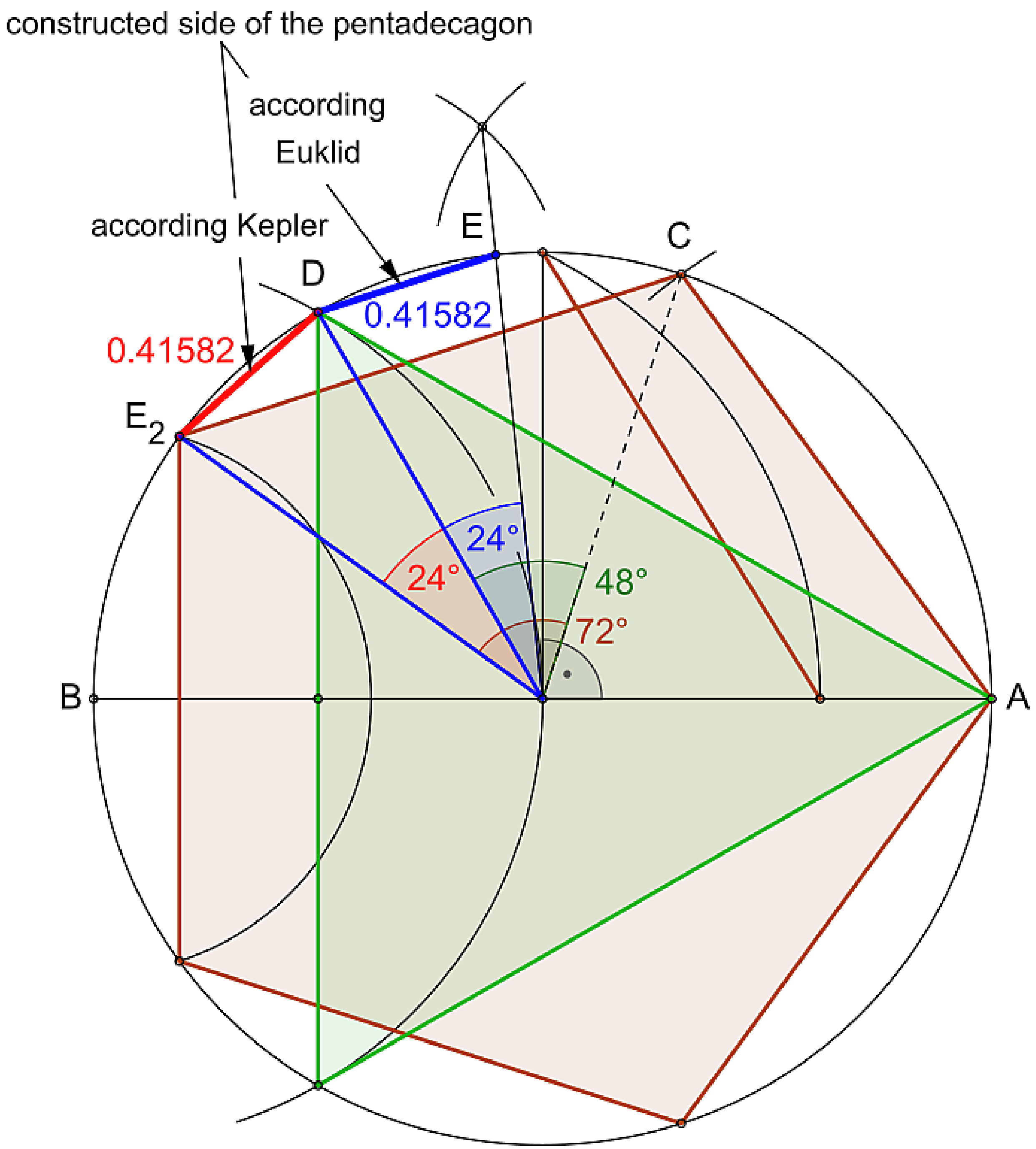
точка C: ED=EC

CD – сторона



В «Началах» есть построение правильного 15-угольника, вписанного в окружность (см. чертеж справа), принадлежащее самому Евклиду.

В арабском переводе Архимеда есть построение правильного 7-угольника с помощью вставки.



При каких *n* можно построить с помощью циркуля и линейки?

Решил К.Ф. **Гаусс** (1777–1855) в 1796 г.

Связал с уравнением деления круга $\frac{x^p-1}{x-1}=0$ при простом показателе *p*.

Показал, что оно должно сводиться к цепочке квадратных $\Longrightarrow p=2^{2^s}+1$ (число Ферма), но **такие числа не все простые**, хотя сам Ферма был убежден в обратном. Так, в письме Френиклю (август 1640) он писал:

"*У меня нет точного доказательства, но я исключил такое большое количество делителей путем неоспоримых рассуждений, и у меня для этого так много оснований, которые утверждают мою мысль, что мне было бы очень жаль себя опровергнуть*".

Однако **Эйлер** в показал, что при *s* = 5 число *p* = 4 294 967 297 делится на 641. Сейчас известно, что все числа Ферма от s = 5 до s = 32 составные.

Есть ли другие простые числа Ферма (кроме 3, 5, 17, 257, 65 537), до сих пор неизвестно.

EULER: "*Circa divisores numerorum*"

(*Commentarii Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*, VI, 1738)

<u>Scholion 1</u>, c. 33 :

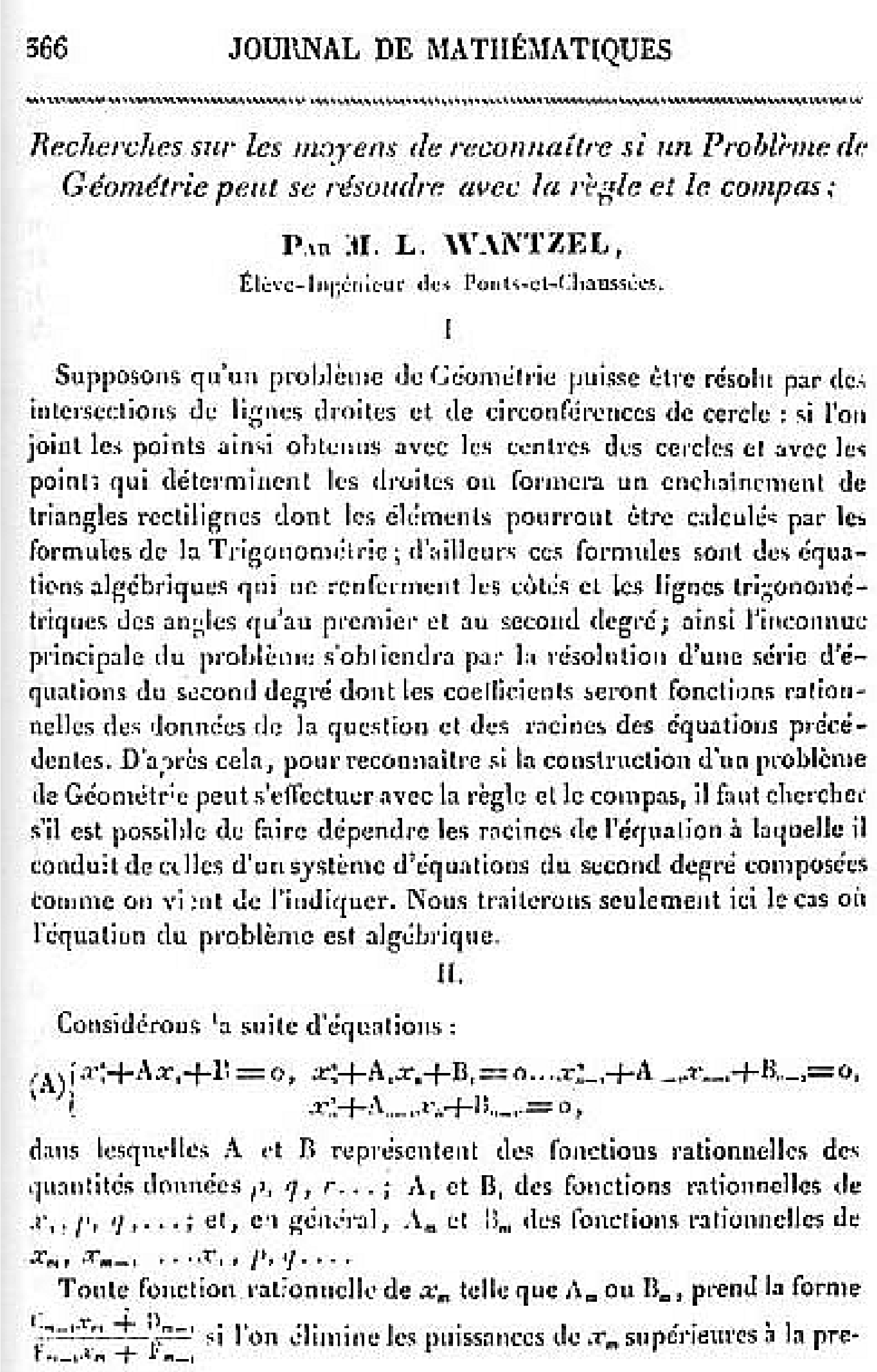
Fermatius affirmaverat, etiamsi id se demonstrare non posse ingenue esset confessus, omnes numeros ex hac forma $2^{2^m}+1$ *ortos esse primos; hincque problema alias difficillimum, quo quaerebatur numerus primus dato numero maior, resolvere est conatus. Ex ultimo theoremate autem perspicuum est, nisi numerus* $2^{2^m}+1$ *sit primus eum alios divisores habere non posse praeter tales, qui in forma* $2^{m+1}\,n+1$ *contineantur. Cum igitur veritatem huius effati Fermatiani pro casu* $2^{32}+1$ *examinare voluissem, ingens hinc compendium sum nactus, dum divisionem aliis numeris primis, praeter eos, quos formula* $64\,n+1$ *suppeditat, tentare non opus habebam. Huc igitur inquisitione reducta mox deprehendi ponendo* $n=10$ *numerum primum 641 esse divisorem numeri* $2^{32}+1$ *, unde problema memoratum, quo numerus primus dato numero maior requiritur, etiamnum manet insolutum.*

EULER: "*Circa divisores numerorum*"

(*Commentarii Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*, VI, 1738)

Scholion 1, с. 33 :

Ферма утверждал, хотя и откровенно признавался, что не может этого доказать, что все простые числа возникли из формы $2^{2^m} + 1$; и поэтому он попытался решить очень сложную проблему: найти первое число, большее заданного числа. Однако из последней теоремы ясно, что, если число $2^{2^m} + 1$ не является простым, оно не может иметь других делителей, кроме тех, которые содержатся в форме $2^{m+1}\,n + 1$. Поэтому, когда я захотел проверить истинность этого уравнения Ферма для случая $2^{32} + 1$, я получил для этого числа огромную таблицу делителей, при этом мне не нужно было пытаться делить на другие простые числа, кроме тех, которые предоставляются формулой $64\,n + 1$. Поэтому, опираясь на это размышление, я вскоре обнаружил, что, поставив n = 10, простое число 641 становится делителем числа $2^{32} + 1$, поэтому упомянутая проблема, требующая простого числа, большего заданного числа, по-прежнему остается нерешенной.



366 JOURNAL DE MATHÉMATIQUES

Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas;

PAR M. L. WANTZEL,

Élève-Ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

I.

Supposons qu'un problème de Géométrie puisse être résolu par des intersections de lignes droites et de circonférences de cercle : si l'on joint les points ainsi obtenus avec les centres des cercles et avec les points qui déterminent les droites on formera un enchaînement de triangles rectilignes dont les éléments pourront être calculés par les formules de la Trigonométrie; d'ailleurs ces formules sont des équations algébriques qui ne renferment les côtés et les lignes trigonométriques des angles qu'au premier et au second degré; ainsi l'inconnue principale du problème s'obtiendra par la résolution d'une série d'équations du second degré dont les coefficients seront fonctions rationnelles des données de la question et des racines des équations précédentes. D'après cela, pour reconnaître si la construction d'un problème de Géométrie peut s'effectuer avec la règle et le compas, il faut chercher s'il est possible de faire dépendre les racines de l'équation à laquelle il conduit de celles d'un système d'équations du second degré composées comme on vient de l'indiquer. Nous traiterons seulement ici le cas où l'équation du problème est algébrique.

II.

Considérons la suite d'équations :

$$(A)\begin{cases} x_1^2+Ax_1+B=0,\ x_2^2+A_1x_2+B_1=0\ldots x_{n-1}^2+A_{n-2}x_{n-1}+B_{n-2}=0, \\ x_n^2+A_{n-1}x_n+B_{n-1}=0, \end{cases}$$

dans lesquelles A et B représentent des fonctions rationnelles des quantités données $p, q, r\ldots$; A_1 et B_1 des fonctions rationnelles de $x_1, p, q,\ldots$; et, en général, A_m et B_m des fonctions rationnelles de $x_m, x_{m-1},\ldots x_1, p, q\ldots$.

Toute fonction rationnelle de x_m telle que A_m ou B_m, prend la forme $\frac{C_{m-1}x_m+D_{m-1}}{E_{m-1}x_m+F_{m-1}}$ si l'on élimine les puissances de x_m supérieures à la pre-

Позже Ванцелем доказано (*теорема Гаусса-Ванцеля*), что вписать в окружность многоугольник можно $\Leftrightarrow p = 2^k \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cdots \cdot F_k$, где F_i – простое число вида $2^{2^s}+1$.

Пьер Лоран Ванцель (*Pierre Laurent Wantzel*, 1814 – 1848) – французский математик, получивший известность строгим доказательством неразрешимости древних задач удвоения куба и трисекции угла (1837). Также доказал, что с помощью циркуля и линейки невозможно построить правильный многоугольник, у которого число сторон не удовлетворяет условию Гаусса, то есть не разлагается на степень 2 и простые числа Ферма.

Ванцель опубликовал ещё около 20 статей по математике, механике и аэродинамике и умер, не дожив до 34 лет, по словам его друга Сен-Венана, от переутомления.

Конкретные реализации построения многоугольников с названными числами сторон весьма трудоёмки:

– n = 17: непосредственно осуществлено самим Гауссом, но впервые опубликовано К. Ф. фон Пфейдерером(?) в 1802;

– n = 257: построил Фридрих Юлиус Ришело (1808–1875, университет Кенигсберга) в 1832;

– n = 65537: в библиотеке Геттингенского университета хранится рукопись, являющаяся итогом десятилетней работы немецкого математика Иоганна Густава Гермеса, которая содержит метод построения правильного 65 537-угольника.

Дж. Литлвуд "*Математическая смесь*":

"*Один слишком навязчивый аспирант довёл своего руководителя до того, что тот сказал ему: «Идите и разработайте построение правильного многоугольника с 65 537 сторонами». Аспирант удалился, чтобы вернуться через 20 лет с соответствующим построением*".

2017 Ж. Сезиано в Петербурге "История построения правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки от Евклида до Гаусса": https://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=17105

ПФЛЕЙДЕРЕР, ФОН, ХРИСТОФ ФРИДРИХ

германский геометр (1736 – 1821). С 1766 по 1782 гг. был профессором математики и физики в Варшавской военной академии и, кроме того, с 1774 г. по 1782 г. был директором королевского Польского кадетского корпуса. С 1782 г. ординарный профессор математики и физики в Тюбингенском университете. Значительнейшими из его произведений были: "*Ebene Trigonometrie*" (Тюбинген, 1802), написанная вместе с Боненбергером; "*Kepleri methodus, solida quaedam sua dimetiendi, illustrata et cum methodis geometrarum posteriorum comparata*" (там же, 1795; в этом сочинении П. обнаружил, что Кеплер был одним из предшественников Лейбница, употреблявшим действия, которые могут быть рассматриваемы как настоящее интегрирование); "*Expositio et dilucidatio libri V elementorum Euclidis*" (Тюбинген, 1782–1790), "*Theorematis Tayloriani demonstratio*" (там же, 1789), "*Scholia in libr. II elementorum Euclidis*" (I, II и III, там же, 1797–99) и др.

В.В. Бобынин.

https://de.wikipedia.org/wiki/Christoph_Friedrich_von_Pfleiderer (Гугль-перевод):

Christoph Friedrich Pfleiderer, ab 1808 von Pfleiderer, (20. Oktober 1736 in Württemberg; † 17. September 1821 in Tübingen) war ein deutscher Mathematiker.

Moritz Cantor: **Pfleiderer, Christoph Friedrich von**. In: *Allgemeine Deutsche Biographie* (ADB). Band 25, Duncker & Humblot, Leipzig 1887, S. 678:

Pfleiderer: Christoph Friedrich v. P., Mathematiker, geboren am 20. October 1736 in Kirchheim unter Teck (Würtemberg), † am 27. Septbr. 1821 in Tübingen.

Сын хирурга Кристофа П., племянник кайзера-наставника, П. получил основательное образование, которое усовершенствовал в Блойбойрене, Бабенхаузене и Тюбингене. Его учителем по математическим наукам был Иоганн Кис (см. ADB XV, 725), под председательством которого он получил в 1757 докторскую степень по астрономии. Следующие пять лет П. провел в Тюбингене, работая иногда в семинаре, иногда в качестве частного репетитора. В 1763 он поехал в Женеву к знаменитому математику Лесажу. По рекомендации последнего П. приехал в 1766 в Варшаву для вновь созданной там военной академии. В 1774 он объединил свою предыдущую профессорскую должность по математике и физике с королевским руководством. Польский кадетский корпус. Он также стал членом комиссии, созданной для написания и проверки школьных учебников. В 1781 П. получил вызов в Тюбинген (Кис умер 29 июля того же года), а также жил в приятных условиях в Польше, где пользовался уважением и привязанностью короля Станислава Августа, а также всех, с кем он вошел в контакт, обрадовался, ни минуты не колебался вернуться домой. Теперь он был членом университета, из которого ушел молодым врачом еще на 40 лет. Первые десять лет у него было отличное здоровье. В 1791, после смерти любимого сына, его поразила сильная мокротная лихорадка, и с тех пор приступы болезни учащались. Они не могли препятствовать его преподавательской деятельности; действительно, позже, когда физическая слабость и ухудшение зрения не позволили ему выйти на улицу, он продолжал свои лекции дома. Среди различных наград, которые он получил, Орден Вюртембергской Короны присвоил ему дворянство. В математике и как преподаватель, и как писатель П. был прежде всего геологом античной школы. Наибольшую известность имеют его заметки к «Началам Евклида», которые сначала были опубликованы самим П. в постепенно появлявшихся тетрадях, затем неоднократно в 1827 с использованием рукописного наследия Хаубера (см. ADB XI, 38). «Плоская тригонометрия с приложениями и вкладами в ее историю» (Тюбинген, 1802) известна в «Биогр. литературе» Поггендорфа. Краткий словарь по истории точных наук II, 432 нет. Тем не менее, это прекрасная книга, из многочисленных комментариев которой можно многому научиться, особенно сегодня.

Своим первым математическим открытием Гаусс очень дорожил и завещал изобразить на своей могиле правильный семнадцатиугольник, вписанный в круг.

1798 Закончены "***Disquisitiones Arithmeticae***" (опубл. в 1801):

подробно излагается **теория сравнений** в современных (введённых Гауссом) обозначениях, решаются сравнения произвольного порядка, глубоко исследуются **квадратичные формы**, комплексные **корни из единицы** используются для построения правильных *n*-угольников, изложены **свойства квадратичных вычетов**, приведено доказательство **квадратичного закона взаимности** и т. д.

В том же году Гаусс прерывает обучение в Геттингене и возвращается в Брауншвейг (хорошее предложение о работе), однако уже через год понимает, что это не для него. При поддержке герцога, оплатившего печать его докторской **диссертации** (**1799**) и пожаловавшего ему неплохую стипендию, он после защиты **до 1807** становится приват-доцентом Брауншвейгского университета.