Научно-исследовательский семинар
механико-математического факультета
«Современные проблемы математики и механики»

Заседание **17 апреля (пятница) 2015 года**, аудитория 1624, начало в **15.00**.

Задачи на собственные значения тензора и тензорно-блочной матрицы любого четного ранга с некоторыми приложениями к механике

М.У. Никабадзе
Доцент кафедры механики композитов, д.ф.-м.н.

Рассмотрены задачи на собственные значения тензора и тензорно-блочной матрицы любого четного ранга. Даны соотношения, выражающие классические инварианты тензора любого четного ранга как через тензоры и расширенные тензоры миноров, так и с помощью тензоров и расширенных тензоров алгебраических дополнений этого тензора. Получены также формулы, выражающие классические инварианты тензора любого четного ранга через первые инварианты степеней этого тензора. Приведены и обратные к этим формулам соотношения.

Сформулированы некоторые определения, утверждения и теоремы, касающиеся тензоров, а также тензорно-блочной матрицы любого четного ранга. В явном виде построена полная ортонормированная система собственных тензоров симметрического тензора, а также полная ортонормированная система собственных тензорных столбцов симметрической тензорно-блочной матрицы. Как частный случай, рассмотрены тензор и тензорно-блочная матрица четвертого ранга. Доказана положительная определенность тензорно-блочной матрицы тензоров модулей упругости. В микрополярной теории характеристическое уравнение тензорно-блочной матрицы имеет 18 положительных корней, считая каждый корень столько раз, какова его кратность. Поэтому полная ортонормированная система собственных тензорных столбцов тензорно-блочной матрицы состоит из 18 тензорных столбцов. Дано каноническое представление тензорно-блочной матрицы, на основании которого в свою очередь даны канонические записи удельной энергии деформации и определяющих соотношений.

Введено в рассмотрение понятие символа структуры тензорно-блочной матрицы и дана классификация тензорно-блочной матрицы тензоров модулей упругости микрополярной линейной теории упругости анизотропных тел, не обладающих центром симметрии. Все линейные анизотропные микрополярные упругие материалы, не обладающие центром симметрии в смысле упругих свойств, разделяются на 18 классов

по числу различных собственных значений, а классы в зависимости от кратностей собственных значений подразделяются еще на подклассы. Все сказанное выше в равной мере относится к линейной микрополярной теории упругости анизотропных тел, обладающих центром симметрии. В этом случае достаточно изучить внутреннюю структуру каждого из двух положительно-определенных тензоров модулей упругости в отдельности. В последнем случае, в отличие от классического случая, характеристическое уравнение для каждого тензора модулей упругости имеет 9-ю степень (в классической теории упругости характеристическое уравнение имеет 6-ю степень). Показано, что если производить классификацию множества положительно определенных симметричных тензоров четвертого ранга, то в итоге получаются 9 основных классов по числу различных собственных значений, а классы в зависимости от кратностей собственных значений подразделяются еще на подклассы. Всего имеем 256 подклассов (в классическом случае имеем 6 классов, которые состоят из 32 подклассов). При этом если каждому анизотропному материалу соответствуют тензоры модулей упругости одинаковой структуры, то число анизотропных материалов равно 256. Если тензоры модулей упругости имеют одинаковый символ структуры, а принадлежат различным подклассам, то число линейно упругих анизотропных материалов, обладающих центром симметрии в смысле упругих свойств, равно 12870.
Если тензоры имеют различную структуру, то число материалов будет 65536. Число не обладающих центром симметрии анизотропных материалов равно 65536×2=131072.

В явном виде построена полная ортонормированная система собственных тензорных столбцов тензорно-блочной матрицы тензоров модулей упругости с помощью 153 независимых параметров, а также полная ортонормированная система собственных тензорных столбцов тензорно-блочно-диагональной матрицы тензоров модулей упругости с помощью 72 независимых параметров и полная ортонормированная система собственных тензоров для положительно определенного симметричного тензора модулей упругости микрополярной теории упругости с помощью 36 независимых параметров. Н.И. Остросаблин в классической теории упругости в явном виде построил полную ортонормированную систему собственных тензоров для тензора модулей упругости с помощью 15 независимых параметров. Рассмотрена классификация и классических анизотропных материалов.

Найдены собственные значения и собственные тензоры для классических материалов кристаллографических сингоний в отличной от полученных Н.И. Остросаблиным форме, а также для некоторых микрополярных материалов.