Плотность полугруппы в банаховом пространстве и приближение наипростейшими дробями

П.А. Бородин

В докладе обсуждаются условия на множество M в банаховом пространстве X, необходимые или достаточные для того, чтобы множество $R(M)$ сумм $x_1+\ldots+x_n$, $x_k \in M$, было всюду плотно в X. Выделяются условия, при которых замыкание $\overline{R(M)}$ является аддитивной подгруппой в X, и условия, при которых эта аддитивная подгруппа плотна в X. В частности, автором доказано, что если M — спрямляемая кривая в гильбертовом пространстве X, не лежащая целиком ни в каком замкнутом полупространстве $\{x \in X : f(x) \geqslant 0\}$ ($f \in X^*$) и минимальная в том смысле, что всякая ее собственная поддуга лежит в некотором открытом полупространстве $\{x \in X : f(x) > 0\}$, то $\overline{R(M)} = X$. Эти результаты применяются к аппроксимациям наипростейшими дробями (логарифмическими производными многочленов) в различных функциональных пространствах. В частности, будет обсуждаться следующий новый результат: если не разбивающий комплексную плоскость компакт K лежит в объединении $\widehat{E} \setminus E$ ограниченных компонент дополнения к другому компакту E, то наипростейшие дроби с полюсами из E плотны в пространстве $AC(K)$ функций, непрерывных на компакте K и аналитических в его внутренних точках.