История математики
12 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2026 года

Закат античной науки и математика в Средние века. Математика арабского Востока. Ал-Хорезми и его трактат об индийском счете. Выделение алгебры в самостоятельную науку. Рождение тригонометрии.

Математика Арабского Востока

.

622 г. – бегство (хиджра) пророка Мухаммеда из Мекки в Медину

630-631 гг - первые мусульмане под руководством Мухаммеда подчиняют Мекку, а затем — и значительную часть других районов Аравии.

632 г. - После смерти пророка Мухаммеда на этих землях было создано теократическое государство — Арабский халифат.

640 г. - пала Александрия, и в руках арабов оказалось огромное количество греческих рукописей.

Арабский халифат, VIII в.

К середине VIII в. халифы завоевали земли от Индии до Испании, включая северную Африку и южную Италию, и образовали огромное государство с первой столицей в Дамаске (династия Омейядов), которая, впрочем, уже в 762 была перенесена в Багдад (династия Аббасидов).

Тогда же, в 762 г. в Багдаде был открыт «Дом мудрости» с библиотекой и обсерваторией.

Уже к концу VIII в. начинается распад арабского халифата. На входивших в него ранее территориях появляются многочисленные государства и даже империи.

Основные представители математической школы Багдада

- Мухаммед ал-Хорезми (IX в.)
- Ал-Кинди (IX в.)
- Сабит ибн-Корра (IX в.)
- Абу-л-Вафа (IX-X вв.)
- Ал-Караджи (IX-X вв.)

Учёные из других городов арабского Востока

- Ал-Бируни (X-XI вв.) – Хорезм
- Ибн ал-Хайсам (Альгазен) (X-XI вв.) – Каир
- Омар Хайям (XI-XII вв.) – Самарканд, Мерв, Исфахан, Рей
- Насир ад-Дин ат-Туси (XIII в.) – руководил Марагинской обсерваторией
- Ал-Каши (XV в.) – Самарканд

Арабская математика

Несмотря на произошедший распад арабского халифата на отдельные государства, научные труды математиков стран ислама в основном написаны **на арабском языке.**

Все мы знаем Омара Хайяма как персидского поэта, создававшего прекрасные четверостишия-рубаи, но свои математические тексты и он писал на арабском языке. Именно по этой причине математику исламского Востока принято называть «***арабской***», хотя, как мы видели выше, многие ее ярчайшие представители вовсе не были арабами.

Впрочем, тут нужно отметить, что некоторые ученые писали сразу два варианта своих работ: на арабском и на родном языках. Например, Сабит ибн Корра писал на арабском и на сирийском, ал-Бируни и ибн Сина (Авиценна) — на арабском и фарси.

В истории арабской математики выделяется два основных периода:

1) VII-VIII вв. —период усвоения греческого наследия

2) IX-XV вв. — время создания оригинальной математической культуры.

Системы счисления

В странах ислама были распространены две **системы счисления**: более древняя алфавитная («абджад» по первым четырем буквам алфавита) и десятичная позиционная, заимствованная в Индии. Введение десятичной позиционной нумерации — важное достижение багдадской математической школы и, в частности, **Мухаммеда ал-Хорезми**.

Мухаммед ал-Хорезми (787-ок.850)

полное имя: ал-Хорезми Абу Абдалла Мухаммед ибн Муса ал Маджуси

- «Algorithmi de numero Indorum» - Алгорифм об индийском счете

- «Хисаб ал-джабр ал-мукабала» - краткая книга об исчислении ал-джабры и ал-мукабалы

Некоторые работы Ал-Хорезми

1) Трактат об индийском счете («Algorithmi de numero Indorum»)

2) «Хисаб ал-джабр ал-мукабала» - краткая книга об исчислении ал-джабры и ал-мукабалы

3) Книга картины Земли – первая книга по географии на арабском

А также труды по астрономии, тригонометрии, истории и др.

После перевода на латынь труда ал-Хорезми об индийском счете словом «***алгорифм***» (латинизированное форма имени ал-Хорезми) стали обозначать десятичную позиционную систему счисления.

И только после работ Лейбница слово «алгоритм» приобрело современное значение. В этой же работе ***описан ноль***: «Итак, они ставили перед нею один разряд и ставили в нем маленький кружок, наподобие 0, чтобы по нему знали, что разряд… пуст». Слово «сыфр» означало «пустой», отсюда в дальнейшем возникло слово «цифра».

6 канонических типов алгебраических уравнений 1 и 2 степени (ал-Хорезми):

1) $ax^2 = bx$

2) $ax^2 = c$

3) $bx = c$

4) $ax^2 + bx = c$

5) $ax^2 + c = bx$

6) $bx + c = ax^2$

Уравнения записывали словесно без символики.

Например, уравнения 4 типа записывали как «***квадраты и корни равны числу***».

Для каждого из этих типов ал-Хорезми формулирует правило, по которому нужно его решать. Правила эти формулируются для случая $a = 1$.

Таким образом, для того, *чтобы решить уравнение*, его необходимо привести к одному из канонических типов. Для этого вводятся две операции: **ал-джабр** и **ал-мукабала**. Именно от операции ал-джабр в дальнейшем произошло название всей науки алгебры.

Ал-джабр переводится как «восполнение» и представляет собой операцию переноса вычитаемых членов в другую часть равенства как прибавляемых.

Ал-мукабала или «противопоставление» — операция сокращения подобных членов в обеих частях равенства.

Например, уравнение

$$2x^2 + 2 = 80 - 20x$$

вначале делится на 2, чтобы коэффициент при x^2 стал равным единице, затем к нему применяют операцию *ал-джабр*:

$$x^2 + 10x + 1 = 40.$$

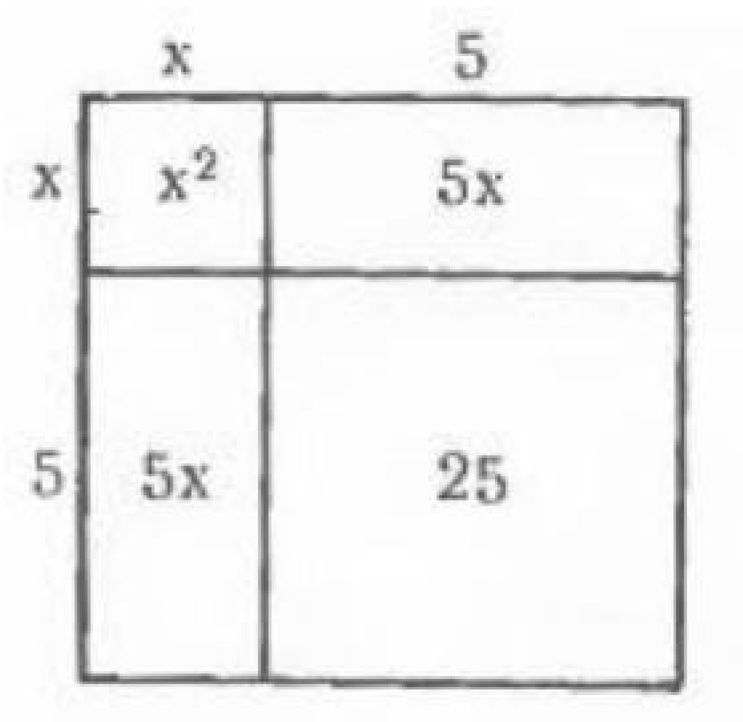
Следующим шагом применяют операцию *ал-мукабала* и получают уравнение 4-го типа $x^2 + 10x = 39$. Его решают геометрически.

При этом ал-Хорезми все еще рассматривает только положительные корни уравнения.

Так, уравнения классов 4 и 6 у него не имеют ни одного или имеют только один корень, а класса 5 либо имеют два корня, либо ни одного.

Отдельно ал-Хорезми указывает условия, при которых корни (один или два) существуют.

Пример:



Для решения уравнения $x^2 + 10x = 39$ строится квадрат со стороной $x + 5$, состоящий из четырёх фигур:

квадрата со стороной x, двух прямоугольников со сторонами x и 5 и квадрата со стороной 5. При этом известно, что площади первых трех фигур в сумме дают 39. Значит, площадь большого квадрата 39+25=64, а сторона этого квадрата

$x + 5 = 8$, откуда $x = 3$.

Арабские математики пытались решить кубические уравнения

1) Методом вставок (Сабит ибн-Корра)
2) Приближенными методами (ал-Бируни)
3) С помощью конических сечений (Омар Хайям, 1048-1131)

Омар Хайам (1048-1131)

Омар Хайям — одна из самых ярких фигур в истории средневековой арабской математики.

В его «Трактате о доказательствах задач алгебры» (1074 г.) алгебра впервые выступает как самостоятельная наука.

Предметом алгебры Хайям объявляет неизвестное число или неизвестную величину, отнесенные к другим известным числами или величинам.

Кубические уравнения у О.Хайама

В основу классификации положены степень уравнения (он рассматривает линейные, квадратные и кубические уравнения) и число членов, имеющихся в обеих частях уравнения. Всего получается ***25 канонических видов***, из которых шесть были рассмотрены еще ал-Хорезми, пять приводятся к ним делением на неизвестное, а ***14 строятся с помощью конических сечений***.

Кубические уравнения у О.Хайама

Эти ***14 видов разделяются на***:

1) один двучленный,

2) шесть трехчленных,

3) семь четырехчленных, которые, в свою очередь, разбиты па два класса - в одном из них трехчлены равны одночлену, а в другом двучлены - двучленам.

В классификацию вошли только уравнения, которые могут иметь положительные решения.

Омар Хайам

Так, уравнение

$$x^3 + px = q$$

Хайам сначала приводит к однородной форме

$$x^3 + a^2x = a^2b,$$

затем ищет корни как абсциссу отличной от начала координат точки пересечения параболы $x^2 = ay$ и

окружности $(x - \frac{b}{2})^2 + y^2 = (\frac{b}{2})^2$.

Омар Хайам

Хайам исследует случаи, когда кубическое уравнение имеет два положительных корня, но проходит мимо открытия трех корней кубического уравнения, обнаруженного только в XVI в. Дж.Кардано.

Омар Хайам о числе:

«Выберем единицу и сделаем ее отношения к величине G как A к B. Будем смотреть на величину G не как на линию, поверхность, тело или время, но будем смотреть на нее как на величину, отвлеченную разумом от всего этого и принадлежащую числам, но не к числам абсолютным и настоящим, так как отношение A к B может не быть числовым».

Равенство отношений (Омар Хайям)

$$\frac{A}{B} = (q_0, q_1, q_2,\ \dots)$$

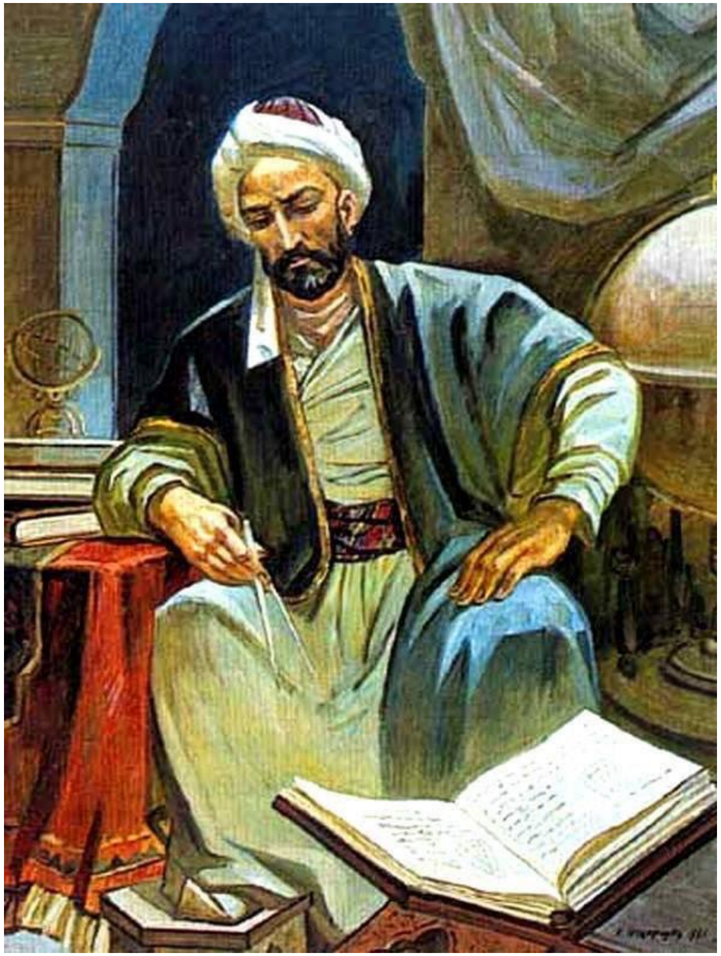
$$\frac{C}{D} = (q'_0, q'_1, q'_2,\ \dots)$$

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, если

$$q_n = q'_n$$

для всех $n = 0,\ 1,\ 2,\ \dots$.

Насир ад-Дин ат-Туси (1201-1274)



«***Трактат о полном четырехугольнике***» (1260).

Он состоял из пяти книг:

1) теория составления отношений

2) доказательство плоской теоремы Менелая

3) тригонометрические функции

4) сферическая теорема Менелая

5) сферическая тригонометрия.

Тригонометрия

Арабы называли линию синуса словом «джайб». Изначально они взяли транслитерацию индийского слова «джиба» — хорда, тетива, но так как в арабском языке краткие гласные не обозначаются, а долгое «и» в слове «джиба» обозначается так же, как полугласная «й», арабы стали произносить название линии синуса как «джайб», что буквально обозначает «впадина», «пазуха».

В дальнейшем при переводе арабских сочинений на латынь европейские переводчики перевели слово «джайб» латинским словом *sinus* — **«синус»**, имеющим то же значение (именно в этом значении оно применяется как анатомический термин).

Термин «**косинус**» (*cosinus*) — это сокращение от лат. *complementi sinus* — дополнительный синус.

Литература:

1. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под редакцией А.П. Юшкевича. Т. 1. М., Наука. 1970–1972. С. 205-244

2. Рыбников К.А. История математики. Изд-во МГУ, 1994. С. 76-85

3. Матвиевская Г. П., Розенфельд Б. А. Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды (VIII—XVII вв.). Вступительная статья Г. П. Матвиевской, Б. А. Розенфельда и А. П. Юшкевича, М.: Наука, 1983.

4. Ал-Хорезми. Математические трактаты. Перевод Ю. Х. Копелевич и Б. А. Розенфельда. Комментарии Б. А. Розенфельда. Ташкент, 1964.