

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического факультета,  
д.ф.-м.н.,  
член-корр. РАН, профессор

\_\_\_\_\_ /А.И. Шафаревич/

**ПРОГРАММА**

дополнительного экзамена по специальности

**1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика**  
для аспирантов других специальностей

Проект программы  
утвержден Учёным советом  
механико-математического факультета  
МГУ имени М.В.Ломоносова  
(протокол № 3 от 28 апреля 2023 г.)

Москва 2022

Настоящая программа охватывает основополагающие области знания, относящиеся к математической кибернетике, теории управляющих систем и теоретической информатике.

## Содержание программы

### Раздел 1. Управляющие системы: общие понятия и основные задачи

1. Понятие управляющей системы. Основные модельные классы управляющих систем: дизъюнктивные нормальные формы, формулы, контактные схемы, схемы из функциональных элементов, автоматы, машины Тьюринга, операторные алгоритмы. Основные проблемы теории управляющих систем.

### Раздел 2. Алгоритмы и вычислимые функции

2. Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Тезис Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях. Проблема распознавания нетривиальных инвариантных свойств. Теорема Клини о неподвижной точке. Теорема Райса.

3. Частично рекурсивные функции. Тезис Черча. Эквивалентность класса частично рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.

4. Сложность алгоритмов. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные проблемы. Теорема Кука. Основные NP-полные проблемы.

### Раздел 3. Эквивалентные преобразования управляющих систем

5. Эквивалентные преобразования формул в  $P_2$  и  $P_k$ . Теорема Линдона о существовании конечных полных систем тождеств для всех замкнутых классов булевых функций. Примеры Линдона замкнутого класса функций 7-значной логики, не имеющего конечных полных систем тождеств.

6. Эквивалентные преобразования контактных схем. Отсутствие конечной полной системы тождеств для эквивалентных преобразований контактных схем.

### Раздел 4. Синтез и сложность управляющих систем

7. Схемы из функциональных элементов. Контактные схемы. Асимптотически оптимальный метод синтеза схем из функциональных элементов в классическом базисе. Асимптотически оптимальный метод синтеза формул в классическом базисе. Асимптотически оптимальный метод синтеза контактных схем.

8. Принцип локального кодирования. Примеры. Синтез схем из функциональных элементов для функций из некоторых инвариантных классов. Асимптотика сложности для ненулевых инвариантных классов. Порядок роста сложности для класса симметрических булевых функций.

### Раздел 5. Надежность и контроль функционирования управляющих систем

9. Построение надёжных схем из ненадёжных функциональных элементов. Влияние ошибок на надёжность схемы. Метод фон Неймана. Построение сколь угодно надёжных схем из ненадёжных функциональных элементов при наличии абсолютно надёжных элементов голосования.

10. Построение надёжных контактных схем из ненадёжных контактов. Теорема Мура-Шеннона.

11. Самокорректирующиеся схемы. Построение асимптотически оптимальных по сложности контактных схем, самокорректирующихся относительно единичного обрыва (короткого замыкания) контакта.

12. Логический подход к контролю исправности и диагностике неисправностей управляющих систем. Типы неисправностей в схемах из функциональных элементов. Типы неисправностей в контактных схемах. Тесты для схем. Понятие функции неисправностей схемы. Проверяющие и диагностические тесты. Сведение задачи построения теста для схемы к задаче построения теста для соответствующей таблицы неисправностей.

13. Тесты для таблиц. Тупиковые и минимальные тесты. Алгоритм Яблонского построения всех тупиковых тестов. Градиентный алгоритм построения тестов. Верхние и нижние границы длины минимального теста. Длина минимального теста для почти всех таблиц.

## Раздел 6. Формулы: дизъюнктивные нормальные формы

14. Проблема минимизации булевых функций. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Геометрическая интерпретация. Минимальные и кратчайшие ДНФ. Допустимые и минимальные конъюнкции. Постановка задачи о минимизации ДНФ в геометрической форме. Сокращенная ДНФ. Методы построения сокращенной ДНФ (метод Нельсона, метод Блейка). Тупиковые ДНФ. Критерий поглощения конъюнкции в ДНФ. Ядро ДНФ.

15. Локальные алгоритмы построения ДНФ. Построение ДНФ СУММА ТУПИКОВЫХ с помощью локального алгоритма. Невозможность построения ДНФ СУММА МИНИМАЛЬНЫХ в классе локальных алгоритмов. Метрические свойства ДНФ. Длина совершенной и сокращенной ДНФ

### Критерии оценивания ответа на экзамене

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Фрагментарные знания материала	Неполные знания материала	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания материала	Сформированные и систематические знания материала

### Рекомендуемая основная литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986. 384 с.
2. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ им. М.В.Ломоносова, 1984. 138 с.
3. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Том I. / Под общ. ред. Яблонского С.В. и Лупанова О.Б. М.: Наука, 1974. 312 с.
4. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. М.: Высшая школа, 2007. 188 с.
5. Мальцев А.И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1965. 392 с.
6. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992. 192 с.
7. Гаврилов Г.П. Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004. 424 с.
8. Угольников А.Б. Эквивалентные преобразования формул в Р<sub>2</sub> // Вестник Московского университета. Серия 1 Математика Механика, 2009 № 5. .25-32 с.

### Дополнительная литература

- 1) Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра, 2012.
- 2) Чашкин А.В. Лекции по дискретной математике. М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2007.
- 3) Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: МАКС Пресс, 2004.
- 4) Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
- 5) Нигматуллин Р.Г. Сложность булевых функций. М.: Наука, 1991.
- 6) Кибернетический сборник. Вып. 1-9; вып. 1-28 (новая серия). М.: Мир, 1960-1990.
- 7) Проблемы кибернетики. Вып. 1-41. М.: Наука, 1959-1984.
- 8) Математические вопросы кибернетики. Вып. 1-19. М.: Наука, 1988-2019.

### Авторы программы

профессор В.В. Кочергин  
доцент О.С. Дудакова