

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан механико-математического факультета,
член-кор. РАН, профессор А.И. Шафаревич

«27» мая 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

(для осуществления приема на обучение по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре)

1. Естественные науки

1.1. Математика и механика

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

(физико-математические науки)

Программа утверждена
Приказом по факультету
№ _ от _____ 2022 г.
/

Ученым советом факультета
(протокол № 4 от 27 мая 2022 г.)

I. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Настоящая программа* по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» предназначена для осуществления приема по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, содержит основные темы и вопросы к вступительному экзамену по специальности, список основной и дополнительной литературы и критерии оценивания.

I. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.
2. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование).
3. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.
4. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона).
5. Задача Копта для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения n -го порядка, квазимногочлены.
6. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.
7. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
8. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
9. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера.
10. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.
11. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения Пуассона и основные методы их решения.
12. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.

13. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.
14. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.
15. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.
16. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
17. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
18. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.
19. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних и поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
20. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
21. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.
22. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
23. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.
24. Моделирование физических процессов, П-теорема. Критерии подобия.
25. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом.
26. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешности формул.
27. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса.

28. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.
29. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса.
30. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
31. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Исследование аппроксимации и устойчивости.
32. Разностные схемы (явная и неявная) для одномерного линейного уравнения теплопроводности. Исследование аппроксимации и устойчивости.
33. Разностные схемы (явные и неявные) для одномерного линейного уравнения переноса. Исследование аппроксимации и устойчивости.

Литература к общей части

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. // М.: Наука, 1984.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
4. Тихонов А.Н. Самарский В. А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 1, 2. М.: Физматгиз. 1963.
8. Седов Л.И. Механика сплошной среды. 6-е изд. Т. 1, 2. М.: Лань, 2004.
9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. VI. Гидродинамика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2015.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003.
12. Слѣзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
13. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
14. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. - М. Наука, 1977.
15. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. - 3 изд. - М. Физматлит, 2008.
16. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - 3-е изд., доп. и перераб. - М. БИНОМ. Лаборатория знаний. 2004, -636 с
17. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М. Наука, 1982, -503 с.
18. Федоренко Р.П., Лобанов А.И. Введение в вычислительную физику. - Долгопрудный (Моск. обл.): Изд. дом Интеллект, 2008.
19. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.Л. Численное решение многомерных задач газовой динамики. - М. Наука, 1976.

20. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, Физматлит, 1989. -416 с.
21. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М. Мир, 1977.
22. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М: Мир, 1975.

II. ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ И ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.
2. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование).
3. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.
4. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона).
5. Задача Копта для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнение n -го порядка, квазимногочлены.
6. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.
7. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
8. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
9. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера.
10. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.
11. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения Пуассона и основные методы их решения.
12. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.
13. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.

14. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.
15. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.
16. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
17. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
18. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.
19. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних и поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
20. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
21. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.
22. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
23. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.
24. Моделирование физических процессов, П-теорема. Критерии подобия.
25. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом.
26. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешности формул.
27. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса.
28. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.

29. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса.
30. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
31. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Исследование аппроксимации и устойчивости.
32. Разностные схемы (явная и неявная) для одномерного линейного уравнения теплопроводности. Исследование аппроксимации и устойчивости.
33. Разностные схемы (явные и неявные) для одномерного линейного уравнения переноса. Исследование аппроксимации и устойчивости.

III. РЕФЕРАТ ПО ИЗБРАННОМУ НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ

Реферат по избранному направлению подготовки представляет собой обзор литературы по теме будущего научного исследования и позволяет понять основные задачи и перспективы развития темы будущей диссертационной работы. Реферат включает титульный лист, содержательную часть, выводы и список литературных источников. Объем реферата 10–15 страниц машинописного текста. В отзыве к реферату предполагаемый научный руководитель дает характеристику работы и рекомендуемую оценку, входящую в общий экзаменационный балл.

IV. ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Вариант 1.

Вопрос 1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.

Вопрос 2. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Вариант 2.

Вопрос 1. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия. Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.

Вопрос 2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. // М.: Наука, 1984.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
4. Тихонов А.Н. Самарский В. А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 1, 2. М.: Физматгиз. 1963.
8. Седов Л.И. Механика сплошной среды. 6-е изд. Т. 1, 2. М.: Лань, 2004.
9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. VI. Гидродинамика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2015.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003.
12. Слѣзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
13. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
14. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. - М. Наука, 1977.
15. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. - 3 изд. - М. Физматлит, 2008.
16. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - 3-е изд., доп. и перераб. - М. БИНОМ. Лаборатория знаний. 2004, -636 с
17. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М. Наука, 1982, -503 с.
18. Федоренко Р.П., Лобанов А.И. Введение в вычислительную физику. - Долгопрудный (Моск. обл.): Изд. дом Интеллект, 2008.
19. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.Л. Численное решение многомерных задач газовой динамики. - М. Наука, 1976.
20. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, Физматлит, 1989. -416 с.
21. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М. Мир, 1977.
22. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М: Мир, 1975.

V. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Уровень знаний поступающих в аспирантуру МГУ оценивается по десятибалльной шкале. При отсутствии поступающего на вступительном экзамене в качестве оценки проставляется неявка. Результаты сдачи вступительных экзаменов сообщаются поступающим в течение трех дней со дня экзамена путем их размещения на сайте и информационном стенде структурного подразделения. Вступительное испытание считается пройденным, если абитуриент получил семь баллов и выше.

*Темы и вопросы программы не должны превышать требований ФГОС ВО магистратуры и

специалитета.

VI. АВТОРЫ

Ответственные за программу

Заведующий кафедрой аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова профессор Краснобаев К.В.,
заведующий кафедрой вычислительной механики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова академик РАН Левин В.А.,
заведующий кафедрой газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова академик РАН Нигматулин Р.И.,
заведующий кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова профессор Карликов В.П.,
заведующий кафедрой инженерной механики и прикладной математики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова академик РАН Ганиев Р.Ф.

Составители

д.ф.-м.н. Толоконников С.Л., к.ф.-м.н. Могилевский Е.И., к.ф.-м.н. Колдоба Е.В., к.ф.-м.н. Шамина А.А., к.ф.-м.н. Леонтьев Н.Е., к.ф.-м.н. Якунчиков А.Н.