

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

05.13.18 [Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ] по физико-математическим и техническим наукам

Кафедра вычислительной механики механико-математического факультета МГУ.

I часть

1. Понятие меры и интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.
2. Метрические и нормированные пространства.
3. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева.
4. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана - Банаха. Сопряженное пространство. Слабая сходимости.
5. Линейные операторы. Сопряженный оператор. Резольвента и спектр линейного оператора. Дифференциальные и интегральные операторы.
6. Вероятностное пространство. Случайная величина. Математическое ожидание. Функция распределения и ее свойства.
7. Независимые случайные величины. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.
8. Интерполяция и метод наименьших квадратов. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и Ньютона.
9. Многочлены Чебышева и их свойства.
10. Численное дифференцирование и интегрирование. Квадратуры Гаусса.

II часть

11. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты. Метод Адамса
12. Определение жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы их решения.
13. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
14. Разностные схемы для одномерных уравнений гиперболического и параболического типа. Явные и неявные схемы.
15. Понятия сходимости, аппроксимации, устойчивости. Теорема Лакса об эквивалентности.
16. Методы исследования устойчивости разностных схем.
17. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.
18. Задача Римана и метод С.К.Годунова.
19. Теоремы С.К.Годунова о сохранении монотонности для разностных схем
20. Разностные схемы для расчета обобщенных решений систем законов сохранения.
21. Схемы повышенного порядка точности, схемы TVD, ENO, WENO.
22. Вариационные принципы построения разностных схем. Методы Ритца и Галеркина.
23. Метод конечных элементов.
24. Прямые и итерационные методы линейной алгебры. Понятие обусловленности. Методы предобуславливания.
25. Пространства Крылова и метод сопряженных градиентов.
26. Многосеточные методы.
27. Базовые математические модели механики сплошных сред. Методы построения математических моделей.
28. Вариационные принципы и их использование для построения моделей.