ЗАВИСИМОСТЬ УСЛОВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА

Миллионщиков В.М. (Москва)

Пусть система $\dot{x} = f(x, t)$ такова, что f и f'_x непрерывны в области G пространства $\mathbf{R}^{n+1}$ (x – n-мерный вектор, t – число). Пусть M – открытое или замкнутое множество в $\mathbf{R}^m$. Пусть $\mu \mapsto x_\mu$ – гладкое отображение M в $\mathbf{R}^n$ и пусть $(x_\mu, t_0) \in G$ при всяком $\mu \in M$, здесь t_0 – некоторое число. Пусть при всяком $\mu \in M$ решение $x_\mu(\cdot)$ системы $\dot{x} = f(x, t)$, принимающее в точке t_0 значение x_μ, определено при всех $t \geqslant t_0$.

Для всякой точки λ расширенной числовой прямой $\bar{\mathbf{R}}$ обозначим через $E_\lambda(\mu)$ множество значений в точке t_0 тех решений линеаризованной вдоль $x_\mu(\cdot)$ системы, т.е. системы $\dot{z} = f'_x(x_\mu(t), t)\, z$, которые имеют показатель Ляпунова [1] меньше λ. Множество $E_\lambda(\mu)$ при $\lambda = -\infty$ пусто, а при других λ является векторным подпространством в $\mathbf{R}^n$.

Т е о р е м а. В пространстве M имеется всюду плотное множество типа G_δ, в каждой точке которого при всяком $\lambda \in \bar{\mathbf{R}}$ отображение $\mu \mapsto E_\lambda(\mu)$ пространства M полунепрерывно снизу.

Всюду плотное множество, о котором идет речь в теореме, может не совпадать с M, как показывает пример О.Перрона [2].

Литература.

1. Ляпунов А.М. Собрание сочинений. Т. 2. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1956. – 472 с.
2. Perron O. Über Stabilität und asymptotisches Verhalten der Integrale von Differentialgleichungssystemen // Math. Zeitschrift. – 1928. – Bd. 29. – S.129–160.