Годовой спецкурс кафедры теории чисел для студентов 2-4 курса

Кратные дзета-значения

читает доцент Уланский Евгений Александрович
по средам в 18:30 в ауд. 13-23. Продолжение с 20.02.2013.

Спецкурс охватывает результаты со времён Якоба Бернулли и Леонарда Эйлера до наших дней. Вы узнаете о том, как одна из наиболее известных классических задач и её блистательное решение привели к рождению увлекательного направления современной теории чисел, и ознакомитесь не только с доказательствами интересных теорем, но и с открытыми проблемами, как современными, так и трёхсотлетней давности.

Программа 1-го семестра спецкурса.

Дзета-значения $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, $s = 2, 3, 4, \ldots$ Базельская задача. Её решение $\left(\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}\right)$ Леонардом Эйлером.
Теорема Роже Апери об иррациональности $\zeta(3)$.
Теорема Танги Ривоаля и Кита Болла об иррациональности $\zeta(2n+1)$ для бесконечно многих n.
Теорема Вадима Зудилина об иррациональности хотя бы одного из четырёх чисел $\zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \zeta(11)$.
Классические полилогарифмы $\mathrm{Li}_s(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^s}$, $s = 1, 2, 3, \ldots$ Точные формулы Эйлера и Джона Ландена для значений полилогарифмов при некоторых z.
Кратные дзета-значения $\zeta(s_1, s_2, \ldots, s_k) = \sum_{n_1 > n_2 > \ldots > n_k \geqslant 1} \frac{1}{n_1^{s_1} n_2^{s_2} \cdots n_k^{s_k}}$. Формулы Эйлера для кратных дзета-значений, включая $\zeta(2,1) = \zeta(3)$.

Программа 2-го семестра спецкурса.

Стандартные соотношения для кратных дзета-значений.
Соотношения Майкла Хоффмана.
Соотношения Ясуо Оно.
Теорема о полной сумме.
Теорема о дуальности.
Линейные пространства, порождённые кратными дзета-значениями фиксированного веса.