Дипломная работа защищена
с оценкой отлично

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ОТЗЫВ НА ДИПЛОМНУЮ РАБОТУ

студента 6-го курса Подольского А. А.
(фамилия и инициалы)

Кафедра теории чисел

Рецензент асс. Рочев И. П.

Тема Интегральные конструкции в теории дзета-значений
(печатными буквами)

Название темы на английском языке
Integral constructions in the theory of zeta-values
(печатными буквами)

Дзета-функция Римана $\zeta(s)$ определяется при $s > 1$ как сумма ряда: $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$. Её значения при целых s называются дзета-значениями, чётными или нечётными в зависимости от чётности s. Изучение $\zeta(s)$ восходит к Л. Эйлеру, который в частности получил формулы для всех чётных дзета-значений: он доказал, что для произвольного целого положительного k справедливо равенство вида $\zeta(2k) = q_k \pi^{2k}$, где q_k — некоторые рациональные числа (выражающиеся через так называемые числа Бернулли). Отсюда и из трансцендентности числа π, доказанной в 1882 г. Ф. Линдеманом, следует трансцендентность всех чётных дзета-значений.

Об арифметической природе нечётных дзета-значений известно гораздо меньше. Первый шаг в этом направлении в 1978 г. сделал Р. Апери, доказавший иррациональность $\zeta(3)$ (число $\zeta(3)$ сегодня известно как постоянная Апери). Ни для какого целого $k > 1$ иррациональность $\zeta(2k+1)$ до сих пор не установлена, хотя в 2000 г. Т. Ривоаль доказал, что среди чисел $\zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \ldots$ существует бесконечно много иррациональных.

Для доказательства иррациональности $\zeta(3)$ Апери построил последовательность достаточно хороших рациональных приближений. Впоследствии другие математики предложили альтернативные способы построения таких приближений. Аналогичные конструкции известны и для остальных дзета-значений, в частности, сам Апери подобным образом передоказал иррациональность $\zeta(2) = \pi^2/6$. Однако получающиеся рациональные приближения оказываются недостаточны для доказательства иррациональности $\zeta(s)$ при $s > 3$.

В первых двух главах дипломной работы А. А. Подольского подробно изучаются интегральные конструкции рациональных приближений к $\zeta(3)$, предложенные Ф. Бейкерсом и С. А. Злобиным. При этом рассуждения Бейкерса естественным образом обобщены на произвольные дзета-значения, в частности, получен четырёхмерный интеграл, дающий линейные формы (над $\mathbb{Q}$) от 1 и $\zeta(4)$, который, однако, не привёл к новым арифметическим результатам. Построения Злобина (справедливые в гораздо более общей ситуации) излагаются на примере доказательства иррациональности $\zeta(3)$. При этом часть рассуждений удаётся упростить благодаря использованию интегрального тождества, полученного Е. А. Уланским.

В своих работах Злобин доказал и использовал интегральное тождество, связывающее между собой различные интегральные конструкции рациональных приближений к дзета-значениям. В третьей главе дипломной работы доказываются обобщения этого тождества, полученные А. А. Подольским (и опубликованные в журнале «Математические заметки»).

Автор продемонстрировал мастерское владение техникой теории диофантовых приближений и отличное знание различных методов теории дзета-значений. Изложение отличается строгостью и чёткостью.

Считаю, что дипломная работа А. А. Подольского «Интегральные конструкции в теории дзета-значений» заслуживает оценку «отлично».

_____________________ /И. П. Рочев/ *10 мая 2017 г.*